



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií



ANALÝZA VÝSKYTU MECHANICKÝCH PORUCH LINEÁRNÍHO TEXTILNÍHO ÚTVARU

Diplomová práce

Studijní program: N2612 – Elektrotechnika a informatika

Studijní obor: 3906T001 – Mechatronika

Autor práce: **Bc. Martin Veselý**

Vedoucí práce: doc. Ing. Zbyněk Koldovský, Ph.D.





TECHNICAL UNIVERSITY OF LIBEREC
Faculty of Mechatronics, Informatics
and Interdisciplinary Studies ■

ANALYSIS OF MECHANICAL FAULTS IN A LINEAR TEXTILE STRUCTURE

Diploma thesis

Study programme: N2612 – Electrical Engineering and Informatics

Study branch: 3906T001 – Mechatronics

Author: **Bc. Martin Veselý**

Supervisor: doc. Ing. Zbyněk Koldovský, Ph.D.



Tento list nahradte
originálem zadání.

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum:

Podpis:

Poděkování:

Chtěl bych poděkovat doc. Ing. Zbyněk Koldovský, Ph.D. za vedení mé diplomové práce a odborný dohled.

Dále děkuji Ing. Václav Čejka, Ph.D. za všechnu pomoc, trpělivost a konzultace, které mi v průběhu zpracování této diplomové práce poskytoval.

A velké poděkování patří i členům oddělení měření firmy VÚTS, a.s., kteří mi pomáhali při implementaci navrženého postupu.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá hledáním parametrů, které mají vliv na kvalitu výsledného textilního produktu, a návrhem softwarových algoritmů pro klasifikaci objektů nalezených v jednotlivých snímcích do předdefinovaných tříd.

Klíčová slova:

Von Misesovo rozdělení, směrové růžice, lineární textilní útvar, analyzační nástroje, odhad parametrů

Abstract

This diploma thesis analyses different parameters that have an impact on quality of the final textile product. Software algorithms for the classification of objects found in each frame into predefined classes are proposed.

Index terms:

Von Mises distribution, direct roses, linear textile formation, analysis tools, parameter estimation

Obsah

Úvod.....	11
1 Textilně-technologické pozadí řešeného problému	12
2 Návrh softwarového řešení.....	14
2.1 Hledání směrů vláken v obraze	14
2.1.1 Hledání tečen k jednotlivým vláknům.....	15
2.1.2 Steinerův kompakt.....	16
2.1.3 2D Fourierova transformace.....	20
2.2 Von Misesovo rozdělení.....	25
2.3 Testování vybraných metod na umělých datech	26
2.3.1 Generování testovacích dat	28
2.3.2 Metoda hrubé síly	30
2.3.3 Simplexová metoda	31
2.3.4 Kros-korelační funkce	34
2.3.5 Metoda sečny.....	36
2.4 Zhodnocení výsledků metod pro odhad parametrů	38
2.5 Modifikace zvolených metod pro určování parametrů bimodálních rozdělení.....	40
2.5.1 Rovnoměrné rozložení významnosti modů.....	42
2.5.2 Proměnné rozložení významnosti modů	45
2.6 Výsledky zvolené metody určování hledaných parametrů na reálných datech	49
2.6.1 Popis hodnocení	49
2.6.2 Příklady výsledků pro různé růžice	51
2.6.3 Celkové vyhodnocení metody	56
3 Klasifikace nalezených „objektů“	57
3.1 Zvolené hodnoty parametrů pro dělicí úroveň	58
3.2 Výsledky klasifikačního algoritmu	59

3.3	Vyhodnocení klasifikace	64
4	Závěr.....	65
	Literatura.....	66
	Přílohy.....	67
A.	Obsah přiloženého CD	67
B.	Konfigurace testovacího počítače	68
C.	Řešení soustavy rovnic (14)	69
D.	Testování modelu	70

Seznam obrázků:

OBRÁZEK 2.1-1: SÍŤ ROVNOBĚŽEK	16
OBRÁZEK 2.1-2: PRŮSEČÍKY SÍŤE SE STUDOVANÝM VLÁKENNÝM MATERIÁLEM.....	17
OBRÁZEK 2.1-3: PRŮSEČÍKOVÁ RŮŽICE	17
OBRÁZEK 2.1-4: STEINERŮV KOMPACT	18
OBRÁZEK 2.1-5: SMĚROVÁ RŮŽICE STEINEROVA KOMPACTU.....	18
OBRÁZEK 2.1-6: DEMONSTRAČNÍ ČÁRY VE SMĚRU 30°, 45°, 60°	20
OBRÁZEK 2.1-7: FOURIEROVO FREKVENČNÍ SPEKTRUM V 256 ODSÍTÍNECH ŠEDI	20
OBRÁZEK 2.1-8: SOUŘADNICE PRO SMĚROVÝ VEKTOR VE SMĚRU 30°	21
OBRÁZEK 2.1-9: HISTOGRAM FREKVENČNÍCH SLOŽEK	22
OBRÁZEK 2.1-10: SMĚROVÁ RŮŽICE Z FOURIEROVY TRANSFORMACE.....	22
OBRÁZEK 2.1-11: VÁHA SLOŽKY SPEKTRA.....	23
OBRÁZEK 2.1-12: REDUKCE PROCHÁZENÉHO SPEKTRA.....	23
OBRÁZEK 2.2-1: PRŮBĚH HUSTOTY VON MISEOVA ROZDĚLENÍ	25
OBRÁZEK 2.3-1: POUŽÍVANÁ TESTOVACÍ APLIKACE	27
OBRÁZEK 2.3-2: PŘÍKLAD SMĚROVÉ RŮŽICE REÁLNÝCH DAT	28
OBRÁZEK 2.3-3: GENEROVANÁ DATA.....	29
OBRÁZEK 2.3-4: SROVNÁNÍ HUSTOTY ROZDĚLENÍ TESTOVANÉHO A NALEZENÉHO METODOU HRUBÉ SÍLY	30
OBRÁZEK 2.3-5: POHYB SIMPLEXU K OPTIMU	33
OBRÁZEK 2.3-6: PRŮBĚH KORELACE.....	35
OBRÁZEK 2.3-7: VÝSLEDKY POSKYTOVANÉ METODOU SEČNY	37
OBRÁZEK 2.5-1: ROZDĚLENÍ BIMODÁLNÍCH DAT NA INTERVALY	41
OBRÁZEK 2.5-2: HUSTOTY ROZDĚLENÍ SE NEOVLIVŇUJÍ	42
OBRÁZEK 2.5-3: HUSTOTY ROZDĚLENÍ SE VZÁJEMNĚ OVLIVNÍ	43
OBRÁZEK 2.5-4: VZÁJEMNĚ OVLIVNĚNÍ SOUSEDNÍCH HUSTOT ROZDĚLENÍ	44
OBRÁZEK 2.5-5: PRŮBĚH FUNKCE $H(x)$	46
OBRÁZEK 2.5-6: PRŮBĚH FUNKCE INVERZNÍ K $H(x)$	47
OBRÁZEK 2.6-1: ROZHRAŇÍ APLIKACE PRO VYHODNOCOVÁNÍ ODHADU PARAMETRŮ SMĚROVÝCH RŮŽIC	50
OBRÁZEK 2.6-2: GRAFY RŮŽICE 1520.....	51
OBRÁZEK 2.6-3: GRAFY RŮŽICE 7613.....	52
OBRÁZEK 2.6-4: GRAFY RŮŽICE 11492.....	53
OBRÁZEK 2.6-5: GRAFY RŮŽICE 20795.....	54
OBRÁZEK 2.6-6: GRAFY RŮŽICE 23617.....	55
OBRÁZEK 3.2-1: SNÍMEK MATERIÁLU ODPOVÍDAJÍCÍ RŮŽICI 1520	59
OBRÁZEK 3.2-2: POROVNÁNÍ NAMĚŘENÝCH A ODHADNUTÝCH DAT PRO RŮŽICI 1520	59
OBRÁZEK 3.2-3: SNÍMEK MATERIÁLU ODPOVÍDAJÍCÍ RŮŽICI 7613	60
OBRÁZEK 3.2-4: POROVNÁNÍ NAMĚŘENÝCH A ODHADNUTÝCH DAT PRO RŮŽICI 7613	60
OBRÁZEK 3.2-5: SNÍMEK MATERIÁLU ODPOVÍDAJÍCÍ RŮŽICI 11492	61

OBRÁZEK 3.2-6: POROVNÁNÍ NAMĚŘENÝCH A ODHADNUTÝCH DAT PRO RŮŽICI 11492	61
OBRÁZEK 3.2-7: SNÍMEK MATERIÁLU ODPOVÍDAJÍCÍ RŮŽICI 20795	62
OBRÁZEK 3.2-8: POROVNÁNÍ NAMĚŘENÝCH A ODHADNUTÝCH DAT PRO RŮŽICI 20795	62
OBRÁZEK 3.2-9: SNÍMEK MATERIÁLU ODPOVÍDAJÍCÍ RŮŽICI 23617	63
OBRÁZEK 3.2-10: POROVNÁNÍ NAMĚŘENÝCH A ODHADNUTÝCH DAT PRO RŮŽICI 23617	63

Seznam tabulek:

TABULKA 2-1: POHYB SIMPLEXU	32
TABULKA 2-2: PRŮMĚRNÉ VÝSLEDKY JEDNOTLIVÝCH METOD	39
TABULKA 2-3: ODHADNUTÉ PARAMETRY NA ZÁKLADĚ LOKÁLNÍCH MAXIM	44
TABULKA 2-4: ODHADNUTÉ PARAMETRY PRO RŮŽICI 1520	51
TABULKA 2-5: ODHADNUTÉ PARAMETRY PRO RŮŽICI 7613	52
TABULKA 2-6: ODHADNUTÉ PARAMETRY PRO RŮŽICI 11492	53
TABULKA 2-7: ODHADNUTÉ PARAMETRY PRO RŮŽICI 20795	54
TABULKA 2-8: ODHADNUTÉ PARAMETRY PRO RŮŽICI 23617	55
TABULKA 3-1: KLASIFIKAČNÍ ÚROVNĚ.....	58
TABULKA 3-2: ODHADNUTÉ PARAMETRY A KLASIFIKACE RŮŽICE 1520	59
TABULKA 3-3: ODHADNUTÉ PARAMETRY A KLASIFIKACE RŮŽICE 7613	60
TABULKA 3-4: ODHADNUTÉ PARAMETRY A KLASIFIKACE RŮŽICE 11492	61
TABULKA 3-5: ODHADNUTÉ PARAMETRY A KLASIFIKACE RŮŽICE 20795	62
TABULKA 3-6: ODHADNUTÉ PARAMETRY A KLASIFIKACE RŮŽICE 23617	63
TABULKA 7: KONFIGURACE TESTOVACÍHO POČÍTAČE [13]	68
TABULKA 16: TEST ROBUSTNOSTI ANALYTICKÉHO POSTUPU VÝPOČTU PARAMETRŮ ROZDĚLENÍ	70

Úvod

Výroba textilních materiálů patří mezi nejstarší obory lidské činnosti, jak dokazují archeologické nálezy již z mladší doby kamenné (cca. 8000-5000 př. n. l.). Proto díky tisícům let zkušeností mechanická textilní technologie předstihovala mnoho jiných technických oborů. Přesné vědecké metody zkoumání, používané v jiných oborech, tu byly nahrazovány pomocí tradičních postupů a technologií získaných letitou zkušeností.

Tento empirický přístup však začal narážet na problémy spojené s rozvojem moderní techniky a nástupem syntetických vláken. Proto i v tomto průmyslovém odvětví dochází k rozvoji poznatků o struktuře textilních materiálů a jejím vlivu na vlastnosti výsledného produktu.

Vlivem stále rostoucích nároků na vlastnosti textilních materiálů lze očekávat, že v blízké budoucnosti bude kladen stále větší důraz na rozvoj vědeckých metod vyhodnocování vlastností výsledné textilie, stejně jako jednotlivých meziproduktů při její výrobě.

Proto jsem rád přijal možnost pracovat na této diplomové práci v oddělení měření společnosti VÚTS a. s., které se zabývá mimo jiné vývojem softwarových nástrojů umožňujících snadnější a efektivnější nalezení souvislostí s naměřenými daty z průběhu celého výrobního procesu.

Vzhledem k rozsahu celé problematiky se má práce soustředit především na vyhodnocování a následnou klasifikaci získaných dat, z již hotových softwarových nástrojů. Dalším krokem bude ověření hypotéz, které předpokládají obecně platný vztah mezi poskytnutými daty a výsledky naměřenými pomocí jiných metod.

Konkrétněji se jedná o hledání vztahu, který by dokázal na základě dat získaných optickým sledováním přástu (vlákenného útvaru) procházejícího průtažným ústrojím vyhodnotit vlastnosti vzniklé příze, potažmo výsledné textilie. Především se jedná o hledání postupu poskytujícího informace o rovnoměrnosti soudržných sil ve zkoumaném přástu. Nerovnoměrnosti těchto sil v průběhu přástu mohou vést ke vzniku nestejných míst ve výsledném produktu.

1 Textilně-technologické pozadí řešeného problému

Vláknenné útvary jsou objekty s výraznou posloupností vnitřního uspořádání. Základní stavební prvky daného útvaru jsou v nadřazeném útvaru obsaženy s určitou mírou samostatnosti.

Vlastnosti a zákonitosti, které se váží k vláknům a jejich částem, patří do struktury vláken. Vlastnosti a zákonitosti vyšších celků spadají do nadvláknenné struktury, kde elementární částicí je vlákno [1].

Pojem vlákno je možné velmi snadno chápat na intuitivní úrovni. Například ČSN definuje pojem vlákno jako „útvár, jehož jeden rozměr je řádově větší než zbývající dva rozměry, které jsou řádově souměřitelné“ [5].

Útvár vzniklý z vláken nazýváme vláknennou soustavou. Ty se dále vzájemně odlišují například:

1. Druhem vláken
2. Způsobem vzájemného uspořádání vláken
3. Způsobem vzájemného spojení vláken

Nejvýznamnější podskupinou jsou soustavy, kdy jsou jednotlivá vlákna v přímém kontaktu s ostatními. Takovéto objekty jsou kompaktnější, lépe odolávají vnějším vlivům a jsou tvarově stabilnější [1].

Samotné třídění na jednotlivé skupiny je prováděno podle aktuální potřeby různými způsoby. V praxi se využívá nejčastěji třídění především na základě složení či technologie výroby. Dalším možným dělením je rozlišování jednotlivých skupin na základě geometrických vlastností. Norma [5] rozlišuje vláknenné útvary podle jejich geometrie jako délkové (např. přásky či příze), plošné (např. textilie) nebo prostorové (např. vata).

Významným parametrem jsou pak informace o uspořádání vláken ve vláknenném útvaru, který se vyjadřuje například ve formě vláknenné hustoty nebo směrového uspořádání.

V této práci se budeme zabývat zkoumáním vlastností vláknenných útvarů, označovaných jako přásky. Přáskem rozumíme: „Délkovou textilií ze spřadatelných vláken, která je zpevněna zaoblováním, nebo mírným zákrutem. Přád je posledním přádelnickým polotovarem, ze kterého je dále dopřádána příze“. [9]

Pro snadnější následné zpracování je kladen požadavek na soudržnost výsledného vlákného útvaru (přástu). Ta zajistí dobré vlastnosti, které umožní „obsluze“ snadnou manipulaci i možnost nastavení přádelního stroje na efektivní oddělení jednotlivých vláken, která jsou dále zpracovávána.

Soudržné vlastnosti materiálu jsou závislé především na soudržné síle mezi vlákny v přástu. Tato síla vzniká především vlivem tření mezi jednotlivými vlákny. Toho je dosahováno různými způsoby v závislosti na konkrétní technologii. Další možné síly, které mohou být důsledkem jiných vnějších vlivů, jsou obecně nežádoucí (např. elektrostatická síla mezi jednotlivými vlákny). Jejich eliminace se řeší příslušnými protipatřeními. Například pro omezení vzniku elektrostatického náboje, je v prostorách pro výrobu a přípravu přástů řízena vlhkost.

Při předení (oddělování vláken) je kladen navíc požadavek, aby v průběhu celého útvaru byla síla potřebná k odebírání vláken maximálně rovnoměrná. Každá výraznější odchylka v potřebné síle se projeví na kvalitě výsledné příze a následně z ní vytvořené textilie.

V současné době se vyhodnocování popsaných soudržných vlastností a následného hledání vhodného nastavení stroje zpracovávajícího daný materiál provádí pomocí různých fyzikálních měření (např. počet přetržení materiálu na danou zpracovanou délku). Tato měření sice dokáží poskytnout část hledané informace, ale provádění těchto měření je časově náročné a výsledek pouze omezený.

Proto je snaha navrhnout a vytvořit prostředky, které by byly schopné nahradit tyto doposud používané postupy. Cílem je najít řešení, které by poskytlo alespoň přibližné odhady výsledných parametrů co nejrychleji (nejlépe v reálném čase). Tyto informace využije obsluha výrobních zařízení ke korekci parametrů použitých při výrobě.

Návrh a softwarová implementace dílčích částí takového řešení je cílem i této diplomové práce.

2 Návrh softwarového řešení

Pro návrh technického řešení, které by určovalo vlastnosti zkoumaného přástu, bylo nutné určit množinu příznaků pro klasifikaci vyhodnocovaných oblastí do předem definovaných kategorií.

Zvažovali jsme několik možností. Například měření soudržné síly jako tahové síly při definovaném prodlužování dvojicí párů válečků nebo obrazovou analýzu makroskopického snímku přástu. V této práci se zabýváme řešením pomocí druhé zmiňované varianty, která vyhodnocuje z obrazových dat dominantní směry vláken v každém snímku pořízeného záznamu.

Dále hledáme vztah, který by na základě zjištěných hodnot dokázal poskytnout výsledek s dostatečnou přesností, aby na jeho základě bylo možno vytvořit alespoň přibližný předpoklad o vlastnostech zkoumaného materiálu.

2.1 *Hledání směrů vláken v obraze*

Pro zjišťování směrů jednotlivých vláken obsažených ve zkoumaném snímku byly zvažovány tři metody:

1. Hledání tečen k vláknům
2. Steinerův kompak
3. 2D Fourierova transformace

Výstupem všech těchto metod je histogram, který obsahuje počty nalezených vláken v daném směru.

2.1.1 Hledání tečen k jednotlivým vláknům

Tato metoda byla postavena na následujícím postupu:

1. Segmentace jednotlivých vláken
2. Nalezení tečen ke každému vláknu (jeho podčásti), které jsme našli ve zkoumaném snímku
3. Vytvoření výsledného histogramu

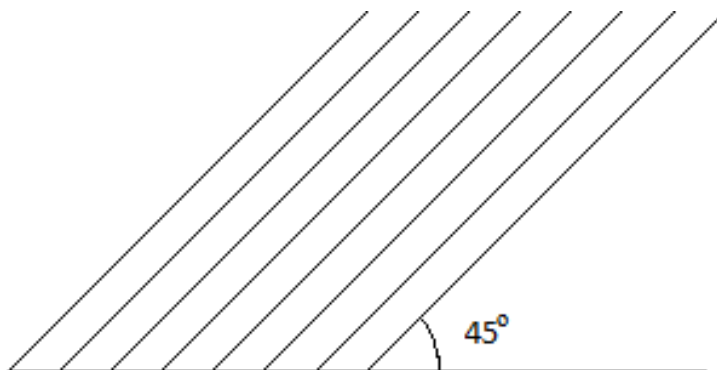
Bohužel tento, na první pohled jednoduchý postup, naráží hned na několik problémů. Prvním z nich je segmentace vláken. Vlivem zakroucení vláken po obvodu přástu budou mít jednotlivá vlákna různé jasové úrovně, které mohou navíc vytvářet homogenní plochy. Proto už samotná segmentace bude zatížena nezanedbatelnou chybou. Dalším problémem je výpočetní náročnost segmentace jednotlivých vláken z obrazu vlivem jejich vysoké hustoty v obraze. V neposlední řadě se zde projevuje také kvantizační chyba při výpočtu úhlů jednotlivých tečen z důvodu konečného rozlišení snímací techniky.

Všechny tyto problémy by šlo řešit nebo alespoň zmírnit jejich vliv pomocí použití výkonnější a citlivější techniky (např. osvětlení přástu pomocí laseru, kvalitnější kamera/objektiv). Jedním z cílů hledaného řešení však byla snaha využít co nejnázve dostupné technické vybavení.

2.1.2 Steinerův kompak

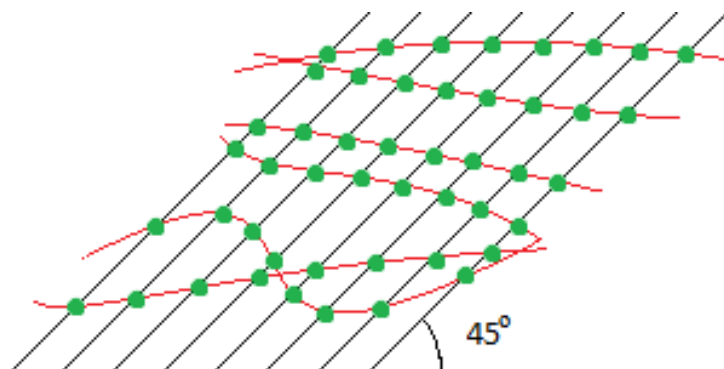
Další metodu, která poskytuje hledaný histogram směrů (směrovou růžici) by mohla být metoda využívající Steinerův kompak. Postup konstrukce směrové růžice pomocí této metody je převzat z dokumentů [10, 11] včetně některých ilustračních obrázků.

1. Přes studovanou strukturu přeložíme síť rovnoběžek pod zvoleným úhlem



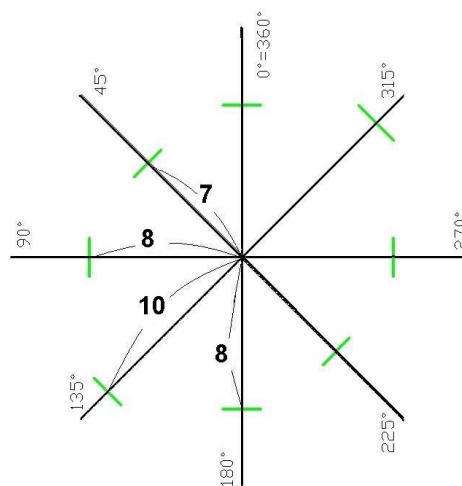
Obrázek 2.1-1: Síť rovnoběžek

2. Zjistíme počty průsečíků \hat{x} sítě rovnoběžek ve zvoleném úhlu se sledovanou strukturou v jednotlivých směrech



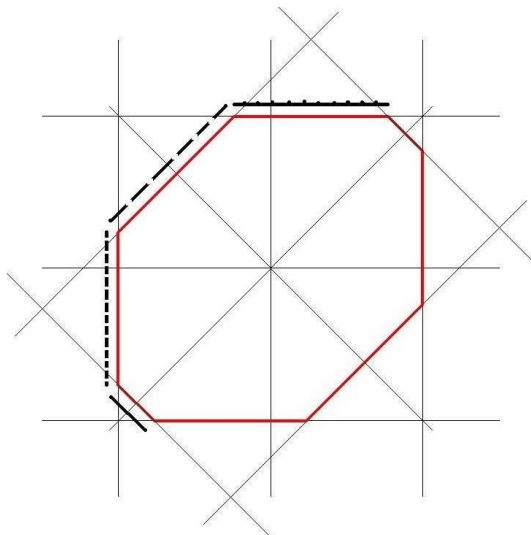
Obrázek 2.1-2: Průsečíky sítě se studovaným vlákenným materiálem

3. Hodnoty počtů průsečíků \hat{x} vynášíme do polárního diagramu. Polární diagram počtu průsečíků \hat{x} přitom pootočíme oproti síti úhlů o 90° . Takto pootočenou síť úhlů nazýváme průsečíková růžice



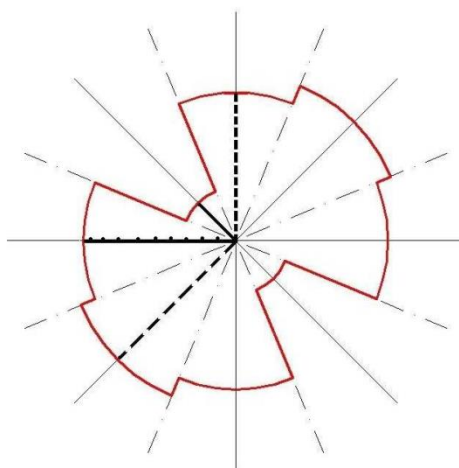
Obrázek 2.1-3: Průsečíková růžice

4. Vztýčíme kolmice v koncových bodech průsečíkové růžice. Kolmice vymeží v rovině mnohoúhelník. Mnohoúhelník musí být konvexní a středově symetrický a nazývá se Steinerův kompakt.



Obrázek 2.1-4: Steinerův kompakt

5. Vzdálenost vrcholů mnohoúhelníku určuje hodnoty texturní funkce pro směry souhlasné se směry stran Steinerova kompaktu. Podle tohoto pravidla zkonstruuje směrovou růžici.



Obrázek 2.1-5: Směrová růžice Steinerova kompaktu

Jedním z hlavních problémů této metody je skutečnost, že získaná charakteristika anizotropie (průsečiková růžice) není v jednoduché relaci k růžici směrové. Autoři této metody navíc nedoporučují používat více než 18 různých úhlů (maximální rozlišení je tedy $\pm 10^\circ$), protože pro více směrů již jsou získané výsledky (směrové růžice) velmi citlivé i na malé změny vstupních dat. Metoda tedy není pro více než 18 různých úhlů dostatečně stabilní [10].

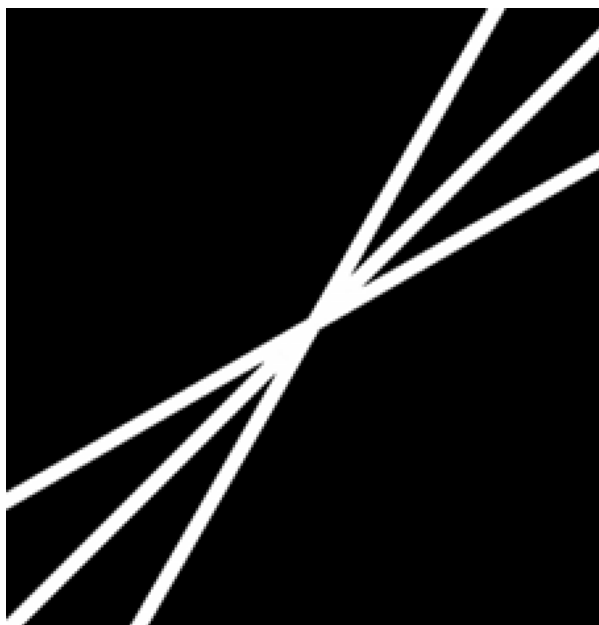
Dalším omezením použití této metody při strojovém zpracování obrazu jsou omezení vzniklá na základě použité snímací techniky (např. problémy s detekcemi průsečíků, kvantizační chyby při vytváření přímek v daném úhlu apod.). Pro použití v zamýšlené aplikaci vznikl problém i vlivem špatně detekovatelných průsečíků při vyšší hustotě vláken v obraze.

2.1.3 2D Fourierova transformace

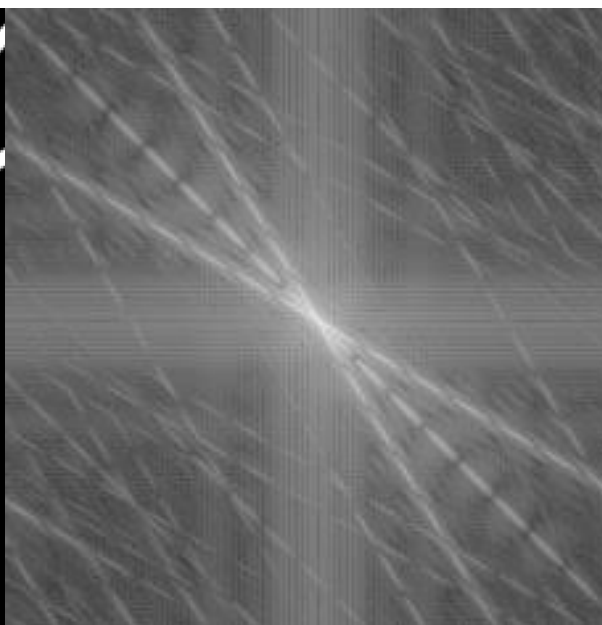
Popis této metody včetně grafických příkladů jsme převzali z článku [12].

Tato metoda je založena na dvoudimenzionální Fourierově transformaci (2D FT). Fourierova spektra jsou vhodná k popisu směrovosti periodických nebo téměř periodických čárových vzorů v šedotónových obrazech, neboť směrovým znakům v šedotónových snímcích odpovídají frekvenční složky s vysokou energií, které jsou distribuovány podél přímků v obrázku. Fourierova transformace je rotačně závislá, tj. při otáčení obrazce na původní fotografii o určitý úhel se bude otáčet o odpovídající úhel i frekvenční rovina.

Transformace vodorovných čar se jeví jako svislé čáry ve Fourierově obraze, tj. prostorová doména obrazu a její transformace jsou navzájem kolmé, jak je ukázáno na následujících ilustracích (Obrázek 2.1-6 a Obrázek 2.1-7).



Obrázek 2.1-6: Demonstrací čáry ve směru 30°, 45°, 60°



Obrázek 2.1-7: Fourierovo frekvenční spektrum v 256 odstínech šedi

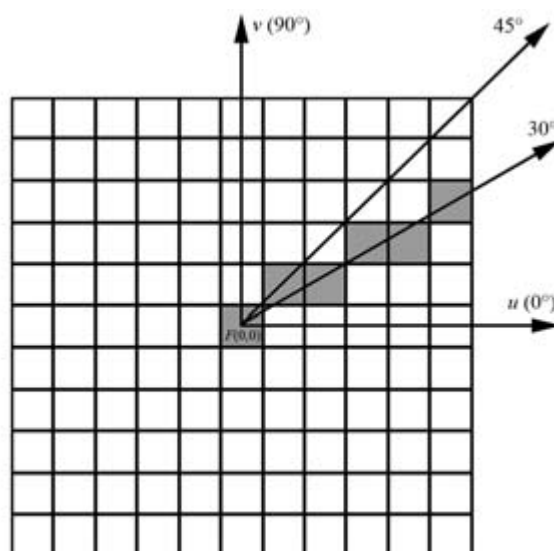
Pokud je tedy obrázek čtvercová matice s 256 úrovněmi šedé (monochromatický obraz), o velikosti $M \times M$, kde M je liché číslo. Poté sčítáme všechny části z frekvenčního spektra ve směru vektoru, svírajícího s vodorovnou osou určitý úhel α . Součet frekvenčních složek S_α ve směrovém vektoru je dán vztahem:

$$S_\alpha = \sum_{i=1}^{(M+1)/2} |F(u, v)|, \quad (1)$$

kde α značí úhel mezi směrovým vektorem a osou u , která má sklon 0° , $|F(u, v)|$ je frekvenční komponenta směrového vektoru na souřadnicích (u, v) a M je velikost snímku. Vztah mezi indexem i a souřadnicemi u, v použitými v (1) vyjadřují rovnice (2):

$$\begin{aligned} u &\doteq i \cos(\alpha) \\ v &\doteq i \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (2)$$

Vzhledem ke středové symetrii frekvenčního spektra stačí spočítat frekvenční složky nalézající se na směrovém vektoru v závislosti na úhlu α v intervalu $(0^\circ; 180^\circ)$. Vzhledem k osové symetrii prvního a druhého kvadrantu podle svislé osy v platí navíc i vztah $(u, v) = (-u, v)$. Proto stačí určit souřadnice pouze v prvním kvadrantu podle (3).



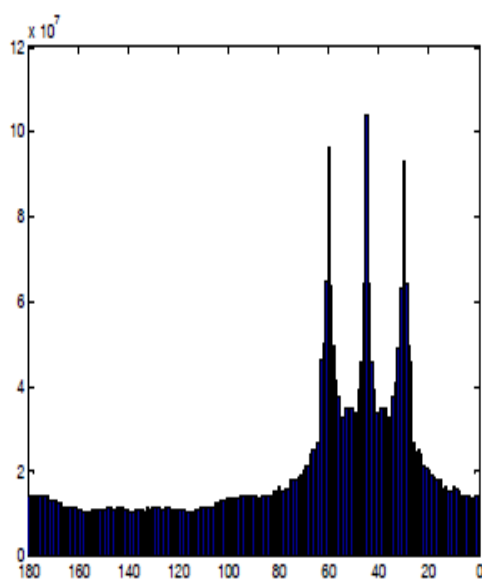
Obrázek 2.1-8: Souřadnice pro směrový vektor ve směru 30°

$$0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4} \rightarrow v = u \cdot \tan(\alpha),$$

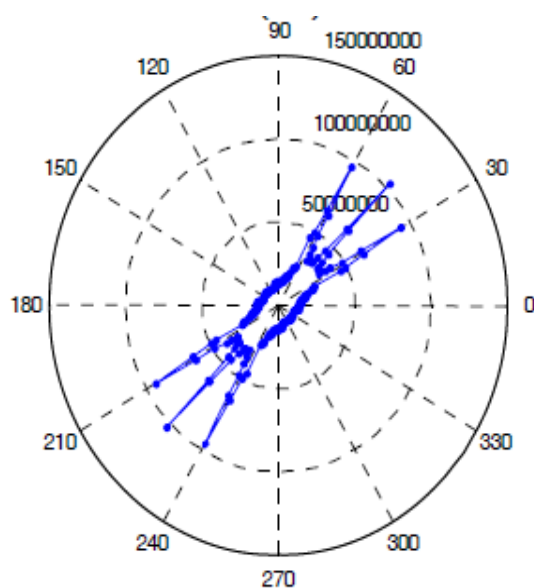
$$\frac{\pi}{4} < \alpha \leq \pi \rightarrow u = \frac{v}{\tan(\alpha)},$$
(3)

kde u je vodorovná osa (číslo sloupce), v je svislá osa (číslo řádku) a souřadnice (u, v) jsou zaokrouhleny na nejbližší celé číslo. Počátek frekvenční oblasti $F(0, 0)$ zároveň reprezentuje počátek našeho souřadného systému. Obrázek 2.1-8 ilustruje výpočet souřadnic směrového vektoru pro úhel $\alpha = 30^\circ$.

Obrázek 2.1-9 je histogramem součtů frekvenčních složek Fourierova spektra (1) pro jednotlivé hodnoty úhlu α . Obrázek 2.1-10 zobrazuje výslednou směrovou růžici (histogram vyneseny do polárního grafu).



Obrázek 2.1-9: Histogram frekvenčních složek

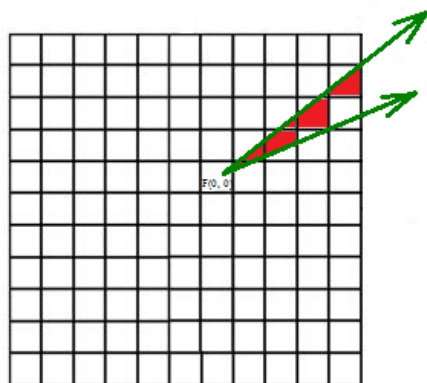


Obrázek 2.1-10: Směrová růžice z Fourierovy transformace

Tato metoda má stále určitou kvantizační chybu, vzhledem k diskrétnímu charakteru získávaných obrazových dat a používané matice Fourierovy transformace, ale na rozdíl od dříve popsaných metod je tato metoda relativně rychlá a schopná vyhodnotit „neomezený“ počet vláken v obraze. Navíc vlastnosti této metody lze ještě zlepšit

vhodnými úpravami. Některá možná vylepšení jsou znázorněna na následujících obrázcích. Kvantizační chybu lze například výrazně zredukovat násobením jednotlivých frekvenčních složek vhodnou váhou.

Obrázek 2.1-11 znázorňuje výpočet váhy, kterou budeme násobit frekvenční hodnotu obsaženou v matici spektra na zkoumaných souřadnicích (u, v) . Tuto váhu vypočteme jako podíl hodnoty integrálu mezi zkoumanou polopřímkou a polopřímkou zkoumanou v minulém kroku s „plochou prvku matice“.



Obrázek 2.1-11: Váha složky spektra



Obrázek 2.1-12: Redukce procházeného spektra

Obrázek 2.1-12 znázorňuje úpravu výpočetního algoritmu podle rovnice (1). Tato změna spočívá ve skutečnosti, že do součtu S_α zahrneme pouze část frekvenčního spektra bez nízkých a vysokých frekvencí. Jedná se o zobrazené mezikruží, kdy touto úpravou jednak získáme drobné zrychlení výpočtu, protože neprocházíme prvky s malou váhou, ale vypočtená hodnota součtu S_α je založena na využití frekvenčních složek se vzdáleností od středu, která je shodná do všech směrů.

Dalšího vylepšení vlastností metody lze dosáhnout volbou jiné součtové funkce (1). Několik možných úprav naznačují rovnice (4).

$$\begin{aligned}
 S_{\alpha} &= \sqrt{\sum_{i=1}^{(M+1)/2} |F(u, v)|} \\
 S_{\alpha} &= \sum_{i=1}^{(M+1)/2} |F(u, v)|^2 \\
 S_{\alpha} &= \log \left(\sum_{i=1}^{(M+1)/2} |F(u, v)| \right)
 \end{aligned} \tag{4}$$

Vzhledem k vlastnostem výše popsané metody byly dále zkoumané histogramy (směrové růžice) vytvářeny s pomocí postupu založeného na základě 2D Fourierovy transformace, s rozlišením jednoho stupně. Vzhledem k požadavkům cílové aplikace jsme všechny nalezené směry přepočítali na základě středové souměrnosti do prvního a čtvrtého kvadrantu ($\pm 90^\circ$). Tím jsme z každého snímku získávali 180 hodnot.

Při analýze histogramů, obsahujících četnosti směrů jednotlivých vláken, získaných z obrazových dat bylo rozhodnuto použít nejjednodušší model, který předpokládá, že četnosti vláken v jednotlivých směrech mají normální rozdělení. Vzhledem k omezenosti definičního oboru možných směrů na interval $\pm\pi$ ($\pm 180^\circ$) jsme místo normálního rozdělení použili jeho obdobu pro směrové distribuce (Von Misesovo rozdělení).

2.2 Von Miseovo rozdělení

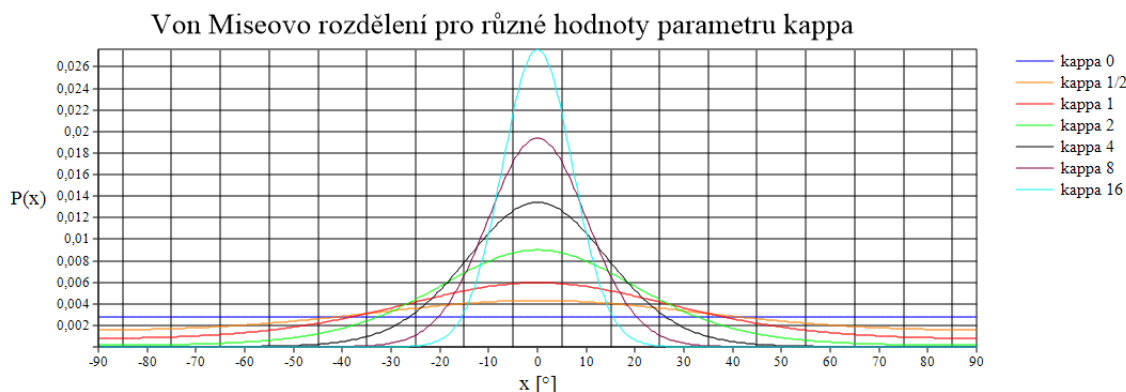
Von Miseovým rozdělením se v teorii pravděpodobnosti a směrových statistik nazývá spojité rozdělení na kruhu, které je analogické k normálnímu rozdělení. Proto je toto rozdělení někdy nazýváno jako kruhové normální rozdělení nebo někdy také jako Tichonovovo rozdělení.

Hustota pravděpodobnosti Von Miseova rozdělení je dána vztahem:

$$f(x|\mu, \kappa) = \frac{e^{\kappa \cos(x-\mu)}}{2\pi I_0(\kappa)}, \quad (5)$$

kde funkce $I_0(x)$ značí Besselovu funkci nultého řádu a analogicky k normálnímu rozdělení μ označuje střední hodnotu a κ převrácenou hodnotu rozptylu.

Střední hodnota v tomto případě vyjadřuje nejčastější směr vláken ve zkoumaném snímku a parametr κ je mírou koncentrace (významnosti) daného směru. Pro malá κ je rozdělení blízké uniformnímu rozdělení (pro κ rovno nule je rozdělení rovnoměrné). Pokud je κ velké, je rozdělení koncentrováno ve směru úhlu μ .



Obrázek 2.2-1: Průběh hustoty Von Miseova rozdělení

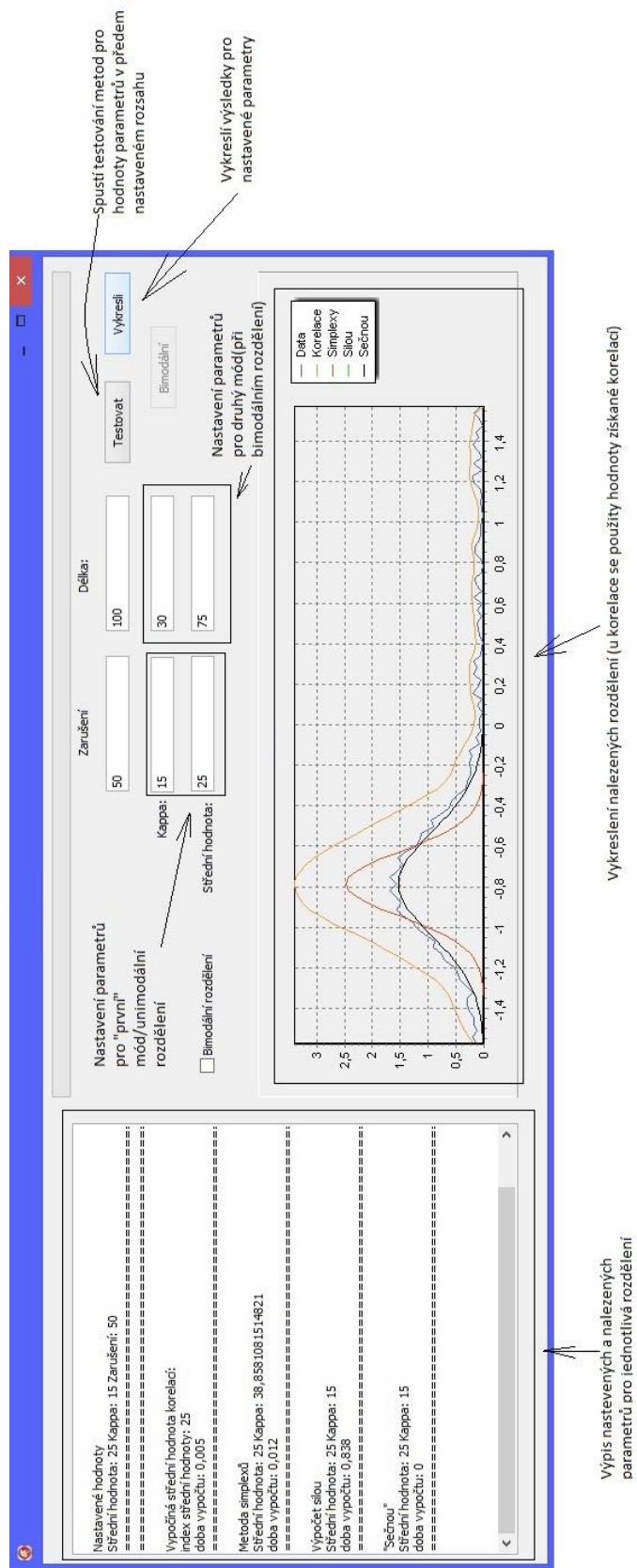
2.3 *Testování vybraných metod na umělých datech*

Metodami mimo tuto práci (princip některých metod je naznačen v kapitole 2.1) byl pro každý konkrétní snímek získán odhad hustoty pravděpodobnostního rozdělení orientace vláken. Takto získaný odhad je nutné popsat vhodným modelem s definovanou sadou parametrů. Vhodným modelem, popisujícím dominanci určitého směru vláken ve zkoumaném snímku, je například použité Von Misesovo rozdělení. Situace ovšem byla v některých snímcích zkomplikována faktem, že se na nich objevovaly dva „dominantní směry“ vláken (např. podélná vlákna a příčná vlákna, která byla kolem podélných vláken obtočena pod nenulovým úhlem).

Dalším problémem bylo hledání vztahu pro analytické vyjádření parametrů čistě na základě znalosti hodnot naměřených dat. Proto bylo vybráno několik numerických metod řešení, které měly poskytovat hledané parametry s dostatečnou přesností.

Pro volbu optimální metody bylo nutné vytvořit testovací postup, pomocí kterého by byly porovnávány výsledky jednotlivých navržených metod. Tento postup posuzoval jednotlivé metody podle přesnosti poskytovaných výsledků a rychlosti odhadu parametrů. Rychlost vyhodnocení jednotlivých metod byla měřena pomocí softwarové knihovny, která vyhodnocovala čas mezi spuštěním určitého bloku kódu, který se staral o vyhledávání parametrů a jeho ukončením. Přesnost řešení byla hodnocena na základě odchylky nalezených parametrů od parametrů generované hustoty rozdělení, u které byly hledané parametry nastaveny a tedy předem známy. Pro získání relevantních výsledků byla generována hustota rozdělení s různými nastavenými parametry v rozsahu hodnot, které byly přepokládány při nasazení v cílové aplikaci.

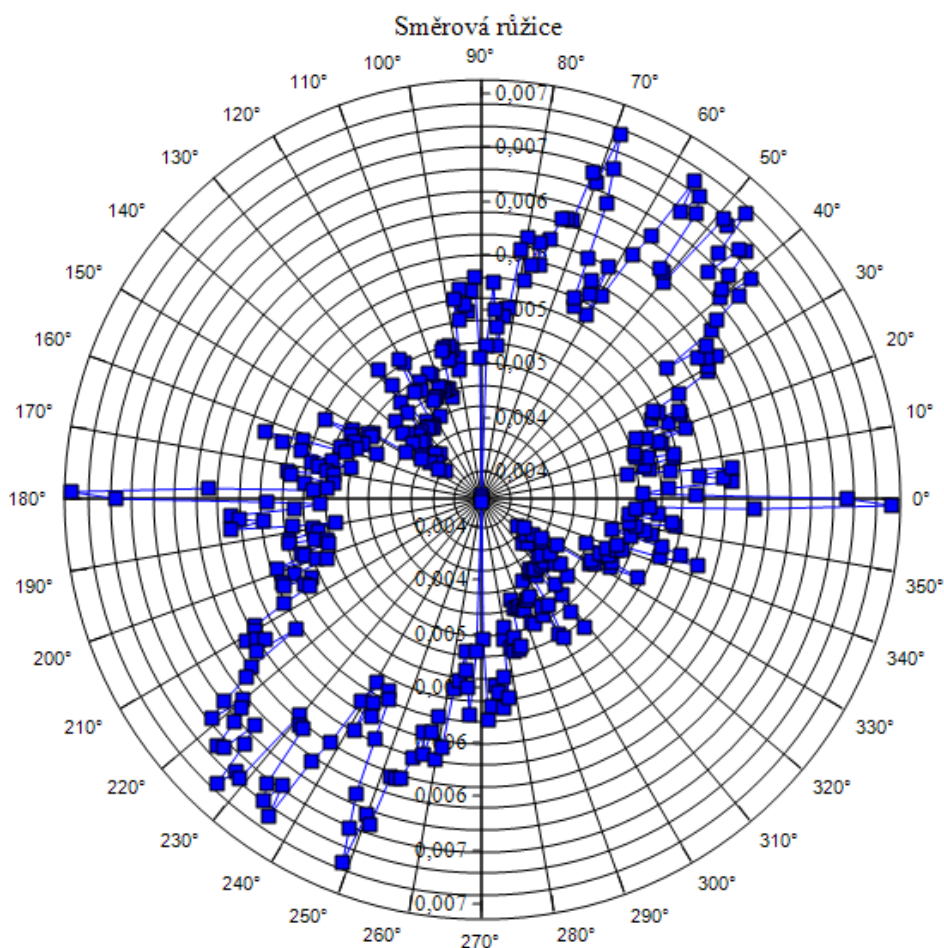
Obrázek 2.3-1 (na následující straně) ukazuje rozhraní aplikace použité k testování jednotlivých zkoumaných metod.



Obrázek 2.3-1: Používaná testovací aplikace

2.3.1 Generování testovacích dat

Pro testování byla na základě rovnice pro výpočet hodnot hustoty Von Misesova (5) rozdělení generována pole dat, která simulovala četnosti výskytu vláken v daném směru na základě nastavených parametrů. Hodnoty Besselovy funkce nultého řádu byly vypočítávány pomocí postupu, který je uveden v použité literatuře [3] kapitola 6.5. Výsledkem této funkce bylo pole hodnot o délce 180 prvků. Tato délka vychází ze zvolené přesnosti orientace vláken v obrazu. U nalezených vláken byl brán směr vždy ve smyslu zleva doprava. Výsledný histogram tedy obsahoval informace o četnostech výskytu vláken ve směru od -90° do 90° , kdy zbytek směrové růžice byl doplněn na základě její středové symetrie.

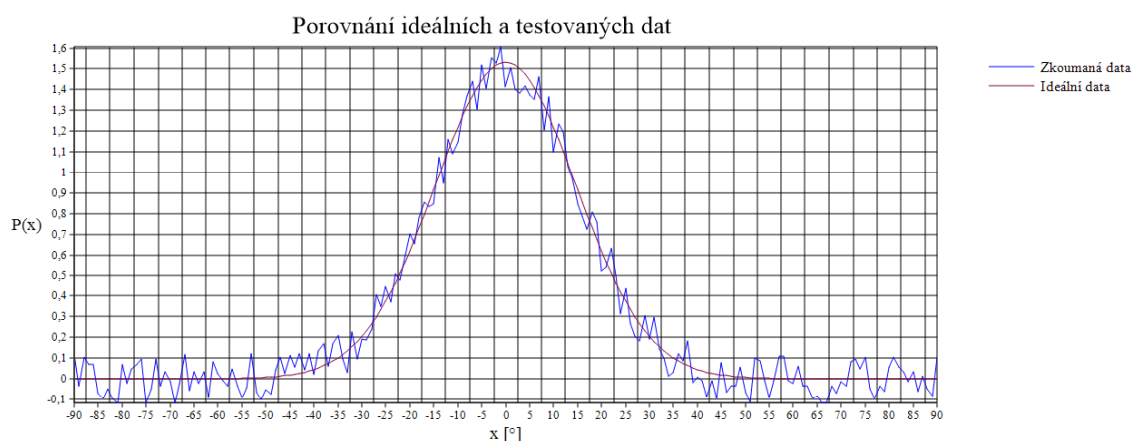


Obrázek 2.3-2: Příklad směrové růžice reálných dat

Při výpočtu dat pro jednotlivé směry na základě zvolených parametrů hustoty rozdělení μ a κ jsme získali „ideální“ průběh hustoty rozdělení, který se lišil od reálných dat (např. Obrázek 2.3-2) především svým hladkým průběhem. Z tohoto důvodu byla pomocí generátoru pseudonáhodných čísel přidána ke každé hodnotě generovaného pole odchylka v nastavitelném rozsahu. Tato odchylka měla přiblížit průběh generovaných dat reálným datům. Výslednou hodnotu zašumění generovanou pro jednotlivé body růžice jsme počítali podle (6)

$$\text{šum}(x) = \pm \frac{p}{\text{zarušení}}, \quad (6)$$

kde p je pseudonáhodné číslo z intervalu $<0; 1>$ a parametrem označeným jako *zarušení* je hodnota nastavená v uživatelském rozhraní (Obrázek 2.3-1). Obrázek 2.3-3 demonstruje rozdíl mezi daty ideálními a použitými při testování.



Obrázek 2.3-3: Generovaná data

Tento postup generování dat byl použit i během testování výsledků, které poskytovaly jednotlivé zkoušené metody. Nejdříve jsme vygenerovali data podle výše popsaného postupu. Tato „zarušená“ data jsme následně nechali zpracovat testovanými metodami, abychom ověřili jejich robustnost. Poté jsme hodnoty parametrů odhadnutých pomocí jednotlivých zkoumaných metod porovnali s hodnotami nastavených parametrů.

Vzhledem k výrazným rozdílům ve výsledcích jednotlivých metod již při použití na unimodálních datech (výsledky metod porovnány v kapitole 2.4), nebylo provedeno testování všech metod pro bimodální data. Na bimodálních datech jsme zkoušeli jen kombinaci dvou metod, která poskytovala natolik kvalitní výsledky, že od zkoušení dalších metod bylo v zájmu dalšího postupu práce upuštěno.

2.3.2 Metoda hrubé síly

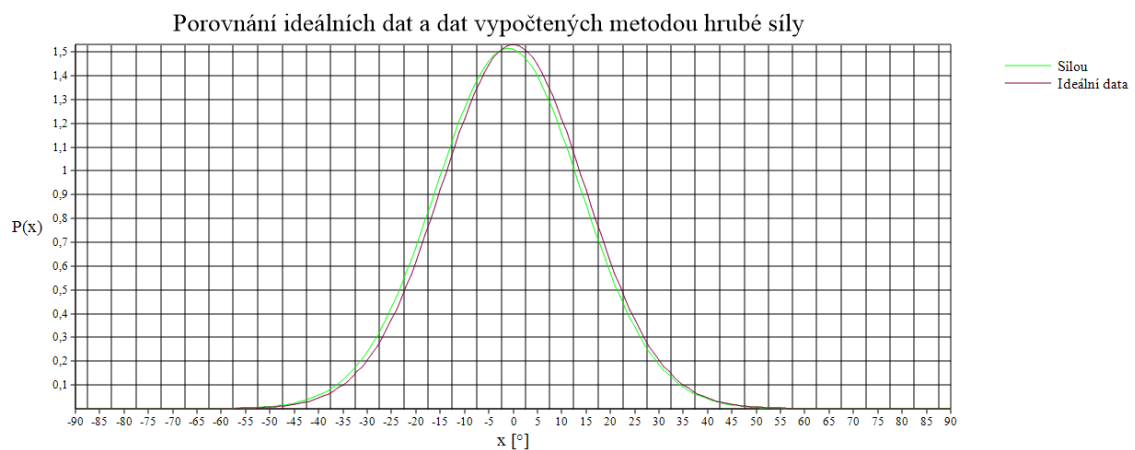
2.3.2.1 Popis

Tato metoda je založena na systematickém procházení množiny všech možných hodnot řešení úlohy. Její výhodou je nalezení optimálního řešení, potažmo důkaz o neřešitelnosti úlohy v daném oboru parametrů. Další její výhodou je velmi jednoduchá programová realizace. Bohužel její zřejmou nevýhodou je velká složitost hledání řešení a s tím spojená velká časová náročnost i pro malé množiny řešení [5].

Při Implementaci této metody byla použita minimalizace účelové funkce, která byla realizována jako rozdíl zkoumaných dat a dat generovaných na základě testované kombinace parametrů v daném kroku.

2.3.2.2 Výsledky

Dosažené výsledky zcela odpovídaly předpokládaným vlastnostem metody. Nalezená řešení odpovídala s velkou mírou přesnosti nastaveným parametrům, ale čas řešení se pohyboval až v řádu vteřin, což bylo vyhodnoceno pro nasazení v konečné aplikaci jako nepřijatelně dlouhá doba.



Obrázek 2.3-4: Srovnání hustoty rozdělení testovaného a nalezeného metodou hrubé síly

2.3.3 Simplexová metoda

2.3.3.1 Popis

Simplexová metoda je numerická, iterační, negradientní metoda, která je určena pro hledání optima (maxima, minima) funkčních závislostí s případnými omezujícími podmínkami. Je postupováno od základního řešení takovým způsobem, aby v každém dalším kroku bylo nalezeno řešení s lepší hodnotou účelové funkce než v krocích předchozích. V této aplikaci hledáme minimum rozdílu testovaných dat a dat generovaných na základě zkoumané kombinace parametrů

Tento postup byl objeven americkým matematikem Georgem Dantzigem v roce 1947, ale samotný algoritmus pro řešení optimalizačních úloh navrhli v roce 1962 Spendley, Hext a Himsworth. [4]

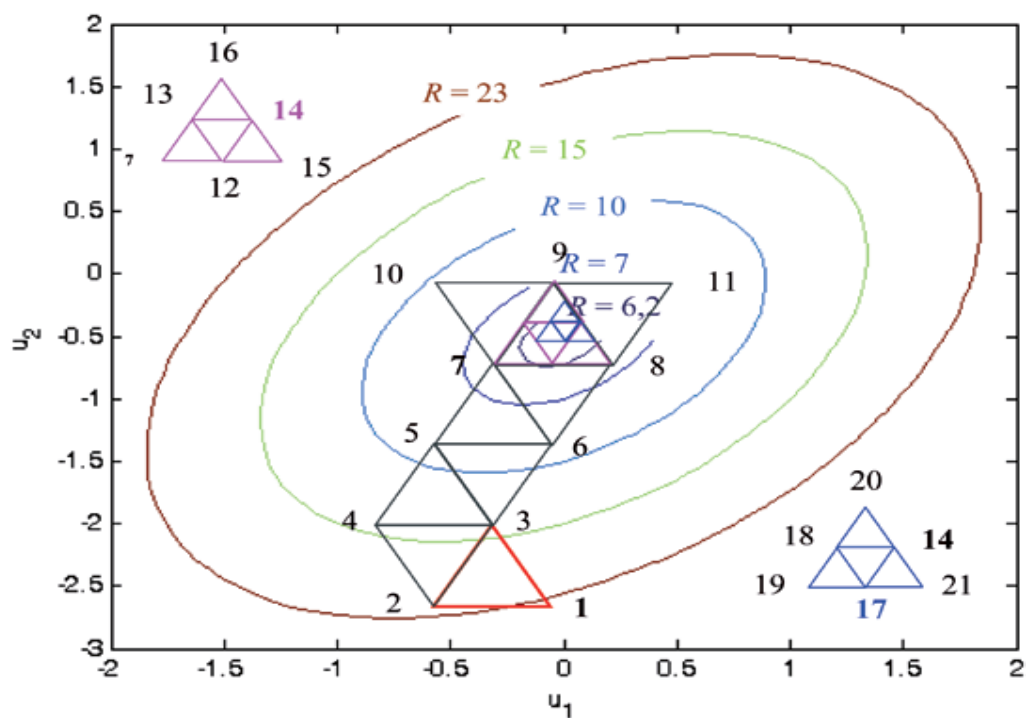
Pojem simplex je v geometrické interpretaci definován jako objekt, jehož počet vrcholů je vždy o jeden větší, než je rozměr daného prostoru (počet nezávisle proměnných). Při aplikaci na unimodálních datech hledáme minimum účelové funkce pro dva parametry (nezávislé proměnné). Proto je jako výchozí řešení volen rovnostranný trojúhelník (rozměr prostoru řešení je roven dvěma, tedy potřebujeme útvar, který má právě tři vrcholy), v jehož vrcholech je počítána hodnota účelové funkce. K bodu s nejvyšším rozdílem zadaného a generovaného řešení se sestrojí reflexe, ve které je znovu vypočítána hodnota účelové funkce. Pokud je tato hodnota menší než hodnota účelové funkce původního bodu, nahradí se tímto novým bodem bod původní. Pokud ne, opakuje se tento postup pro následující bod s nejhorším hodnocením. Pokud ani zde nedojde ke zlepšení, zmenší se délka hran trojúhelníku na polovinu směrem k vrcholu s nejlepším hodnocením a na nově vzniklém trojúhelníku se opakuje předešlý postup. [4; 8]

Jako ukončovací podmínka bylo zvoleno dosažení určitého počtu opakování (iterací) nebo zmenšení velikosti hrany simplexu pod nastavenou úroveň (Pro demonstraci výše popsaného postupu je vložen příklad uveřejněný v použité literatuře [4] na stránce 2 pro funkci dvou proměnných (7):

$$R(u_1, u_2) = 6u_1^2 - 4u_1u_2 + 4u_2^2 - 2u_1 + 4u_2 + 7 \quad (7)$$

Výchozí simplex 1 – 2 – 3	
Zobrazení	Hodnocení
1 → 4	lepší
2 → 5	lepší
4 → 6	lepší
3 → 7	lepší
5 → 8	lepší
6 → 9	lepší
8 → 10	horší
7 → 11	horší
Nový zmenšený simplex 7 – 12 – 13	
Zobrazení	Hodnocení
7 → 14	lepší
13 → 15	horší
12 → 16	horší
Nový zmenšený simplex 14 – 17 – 18	
Zobrazení	Hodnocení
14 → 19	horší
17 → 20	horší
18 → 21	Horší

Tabulka 2-1: Pohyb simplexu



Obrázek 2.3-5: Pohyb simplexu k optimu

2.3.3.2 Výsledky

Přes slibné vlastnosti, kdy tato metoda byla schopna dávat výsledky v řádu milisekund, bohužel tato metoda nedokázala poskytovat dostatečně přesné výsledky. Tyto problémy pravděpodobně způsoboval šum přidaný ke zkoumaným datům. Často tedy docházelo k nalezení pouze některého lokálního minima. Výsledky této metody by bylo možno pravděpodobně zlepšit filtrací analyzovaných dat (např. metodou klouzavých průměrů) a vytvořením algoritmu, který by se snažil o vhodnější volbu výchozího stavu metody. Filtrování dat před použitím metody nebylo použito, abychom otestovali kromě přesnosti a rychlosti metody i její robustnost.

2.3.4 Kros-korelační funkce

2.3.4.1 Popis

Problémy s nacházením lokálních maxim nás vedly k zamyšlení, zda by nebylo možno hledat maxima způsobem, který je robustnější než metoda simplexů, ale zároveň rychlejší než hledání hrubou silou.

Jako alternativa se jevílo použití kros-korelace, která vyjadřuje vzdálenost dvou podobných signálů (zkoumaného a referenčního) podle předpisu (8).

Maximum kros-korelační funkce odpovídá tzv. dopravnímu zpoždění signálů. Pokud tedy máme dva totožné signály lišící se pouze posunutím v čase, tak posuvem jednoho ze signálů o velikost dopravního zpoždění dostaneme jejich naprostou shodu.

$$(f * g)_k = \sum_{i=0}^{n-1} (f_i \times g_{i+k}) \quad (8)$$

Jako referenční funkci jsme zvolili průběh hustoty Von-Misova rozdělení s nulovou střední hodnotou a co největší strmostí. Na tvar průběhu hustoty rozdělení má hlavní vliv hodnota parametru kappa, který vyjadřuje míru koncentrace směrů vláken v okolí zvolené střední hodnoty. Úroveň tohoto parametru referenčního průběhu byla experimentálně určena na hodnotu 300. Toto nastavení, především poloha maxima referenčního průběhu, zajistilo shodu dopravního zpoždění s polohou střední hodnoty zkoumaného signálu. Navíc díky velké strmosti referenčního signálu (malé šířce průběhu pravděpodobnostní hustoty referenčního rozdělení) byl výsledek kros-korelační funkce velmi podobný průběhu zkoumaných dat. Při takovémto nastavení například leželo lokální maximum kros-korelační funkce, vypočtené za použití těchto vstupních dat, v místě nastavené střední hodnotě nebo v její těsné blízkosti (viz. kapitola 2.4).

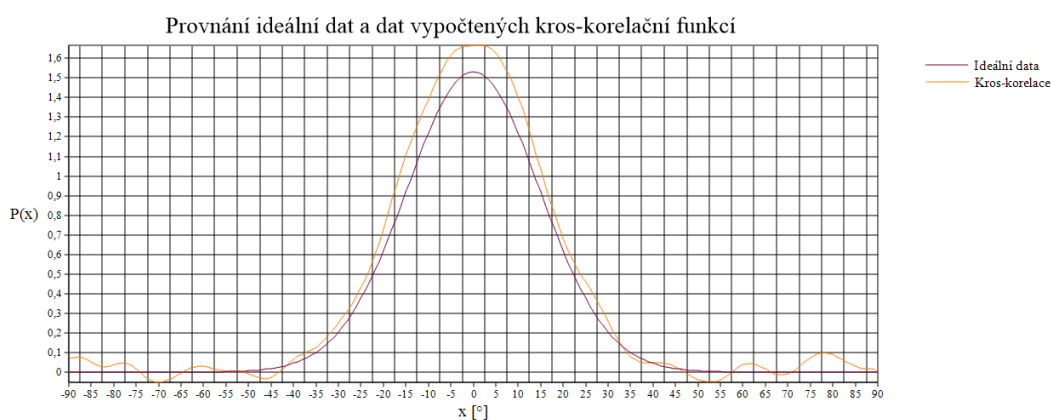
Při testování metody byla hlavní výhodou rychlost nalezení globálního maxima spolu s její robustností i při poměrně velké míře zašumění zkoumaných vstupních dat.

2.3.4.2 Výsledky

Opakovanými testy využití kros-korelační funkce k hledání střední hodnoty hustoty rozdělení ve zkoumaných datech bylo zjištěno, že tato metoda dokáže poskytnout dostatečně přesné výsledky, které jsou srovnatelné s přesností metody hrubé síly. Čas výpočtu je přitom výrazně nižší.

Bohužel s pomocí této metody jsme schopni najít pouze jeden z hledaných parametrů hustoty Von-Misova rozdělení (střední hodnotu), který potřebujeme k určení charakteru vláken ve zkoumaném obraze. Proto je potřeba tuto metodu doplnit ještě o postup pro výpočet hledané významnosti daného směru (parametr κ).

Vzhledem k neschopnosti této metody přímo určit druhý parametr κ není v ilustračním grafu (Obrázek 2.3-6) zobrazena hustota Von-Miseova rozdělení, ale jedná se o průběh kros-korelační funkce (vynášené hodnoty byly pro lepší zobrazení děleny padesáti). Velkou výhodou této metody je její bezproblémové použití i pro vícemodální rozdělení. Z principu výpočtu metoda vyhledává průběhy podobné referenčnímu průběhu, je tedy navíc velmi robustní vůči šumu, který je řádově menší.



Obrázek 2.3-6: Průběh korelace

2.3.5 Metoda sečny

2.3.5.1 Popis

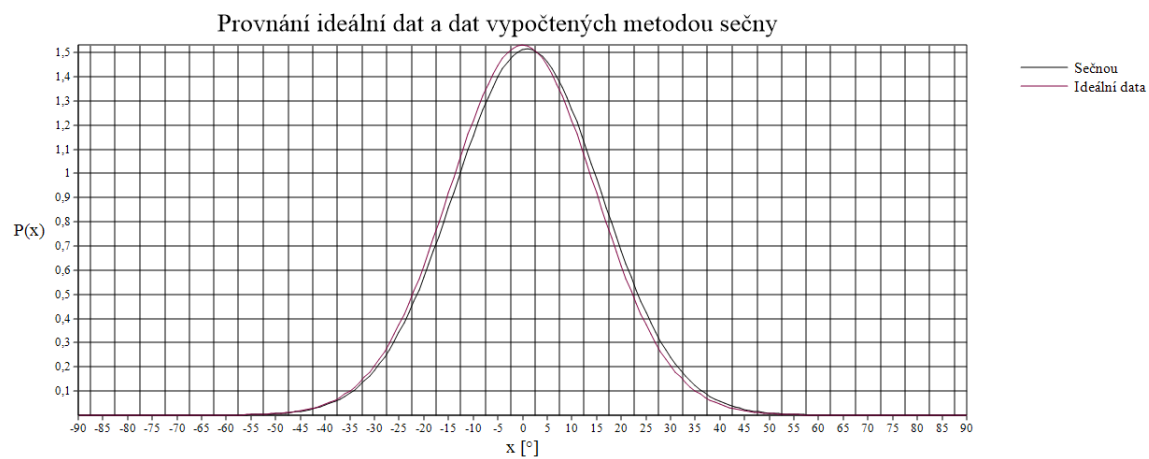
Při návrhu této metody jsme předpokládali, že jsme schopni spolehlivě nalézt pozici, na které se nachází střední hodnota zkoumané hustoty rozdělení. Dále známe předpis funkce, podle kterého lze vypočítat funkční hodnoty pravděpodobnostní hustoty Von-Miseova rozdělení v libovolné vzdálenosti od střední hodnoty (5). Tato funkční hodnota je závislá nejen na vzdálenosti od střední hodnoty, ale závisí i na hodnotě parametru κ . Parametr κ udává míru koncentrace hodnot kolem střední hodnoty, tedy též strmost průběhu hustoty Von-Miseova rozdělení. Dalším krokem tedy byla úvaha, že bychom mohli ze znalosti difference dvou hodnot zkoumaného odhadu hustoty pravděpodobnosti rozdělení s předem definovanou konstantní vzdáleností, zpětně určit hledanou hodnotu parametru κ .

Pro určení směrnice sečny zkoumané hustoty rozdělení byl použit aritmetický průměr rozdílů hodnot v poli dat, nacházejících se na indexech posunutých o ± 15 (to v testovaných datech odpovídalo úhlu 15°) od odhadnutého indexu střední hodnoty naší hustoty rozdělení. Při testování metody byla použita hodnota získána pomocí kros-korelační metody (viz. kapitola 2.3.4). Ke zpětnému převodu nalezené směrnice na hledanou hodnotu parametru κ jsme si předem vypočetli pole směrnic pro jednotlivé hodnoty zkoumaného parametru.

Vzhledem k požadavkům na přesnost aplikace byla pole pro zjištění parametru κ vytvořena s přesností na jednu desetinu. Jako výslednou hodnotu parametru κ jsme brali hodnotu z předem vypočítaného pole směrnic, která byla nejbližší hledané hodnotě.

2.3.5.2 Výsledky

Tato metoda hledání parametru κ poskytovala při testování správné hodnoty s přesností, která byla dostatečná pro předpokládané potřeby plánovaného využití. Tato přesnost byla v průměru srovnatelná s přesností metody hledání parametrů hrubou silou. Na rozdíl od silové metody, však tato metoda poskytovala hodnoty výrazně rychleji. Přesnost metody bude v případě potřeby pravděpodobně možné dále zvýšit pomocí vyhlazování zkoumaných dat, které nebylo použito ze stejných důvodů jako u metod popsanych výše. Hlavní nevýhodou je schopnost metody poskytovat pouze jeden hledaný parametr. Proto její přesnost je z velké části závislá na metodě odhadu parametr μ .



Obrázek 2.3-7: Výsledky poskytované metodou sečny

2.4 Zhodnocení výsledků metod pro odhad parametrů

Pro porovnání výsledků jednotlivých metod bylo rozhodnuto použít průměrné odchylky vypočtených hodnot parametrů od skutečných (nastavených) hodnot generovaných hustot rozdělení. Jako druhé kritérium bylo zvoleno vyhodnocení průměrné doby potřebné k získání jednotlivých výsledků.

Tyto průměrné hodnoty byly získány pomocí postupného procházení celého definičního oboru s předem určenou délkou kroku. Definiční obor byl pro střední hodnotu určen v intervalu $\langle -90^\circ; 90^\circ \rangle$ a pro parametr určující významnost daného směru (κ) v intervalu $\langle 1; 40 \rangle$. Délka kroku byla určena jako jedna u parametru κ a jako jeden stupeň u definičního oboru střední hodnoty. V případě potřeby by bylo možno tento krok dále zjemnit, ale vzhledem k požadavkům kladeným na metody zamýšleným použitím a cílům tohoto testu se takovéto délky kroku zdály dostačující.

Tabulka 2-2 shrnuje výsledky pro jednotlivé metody (konfigurace počítače, na kterém probíhalo testování je uvedena jako příloha B). Výpis 1 demonstruje kontrolní výpis používaný během testování metod. Střední hodnota zde, ale není uvedena ve stupních, ale jako index v poli dat s délkou 180 prvků. Přesto o vytvoření představy o přesnosti jednotlivých metod je tento údaj dostatečně vypovídající.

Nastavené hodnoty:

Střední hodnota: 96 Kappa: 23 Zaručení: 50

=====

Střední hodnota korelací:

index střední hodnoty: 96 doba výpočtu: 0,004ms

=====

Metoda simplexů

Střední hodnota: 96 Kappa: 23,55 doba výpočtu: 0,007ms

=====

Výpočet silou

Střední hodnota: 96 Kappa: 23,75 doba výpočtu: 0,851ms

=====

Metoda sečny

Střední hodnota: 96 Kappa: 21,6 doba výpočtu: 0,000ms

=====

Výpis 1: Demonstrace postupu testování

Metoda	Průměrná odchylka μ[index]	Průměrná odchylka κ	Průměrný čas výpočtu[s]
Silová	1,673	0,860	2,891
Simplexová	34,939	25,024	0 ,016
Tečnou	-	6,165	0 (pod ms)
Korelace	0 ,946	-	0 ,014

Tabulka 2-2: Průměrné výsledky jednotlivých metod

Tabulka 2-2 potvrzuje předpoklady o vlastnostech a chování jednotlivých výpočetních metod. Podle očekávání dosáhla metoda výpočtu hrubou silou (kapitola 2.3.2) nejlepších výsledků, ale za čas, který je pro nasazení v cílové aplikaci neakceptovatelný.

Na druhou stranu simplexová metoda (kapitola 2.3.3) dokázala poskytnout výsledky velmi rychle, ale bohužel s nedostatečnou přesností.

Jako nejvhodnější se tedy jeví použít kombinaci zbývajících dvou metod. Odhad střední hodnoty hustoty rozdělení lze provést pomocí kros-korelační funkce (kapitola 2.3.4). Tento odhad střední hodnoty následně použijeme jako vstup pro odhad parametru κ pomocí metody sečny (kapitola 2.3.5). Tato kombinace metod poskytuje hodnoty parametrů, které se svou přesností blíží výsledkům metody hrubé síly za čas, který je v součtu srovnatelný s časem, kterého dosahuje simplexová metoda.

Proto jsme se rozhodli, že pro výpočet hledaných parametrů hustoty rozdělení bude použita kombinace těchto dvou metod.

2.5 **Modifikace zvolených metod pro určování parametrů bimodálních rozdělání**

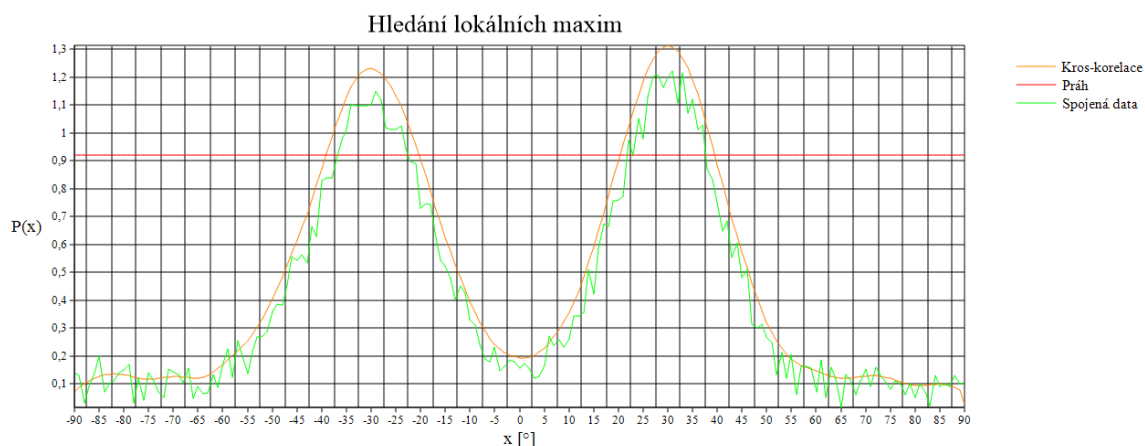
Pro potřeby cílové aplikace bylo nutno předpokládat, že zkoumaná hustota rozdělání může být jak unimodální (pouze jeden výrazný směr vláken), tak bimodální (významně se projevují dva směry vláken např. podélná a příčná vlákna). Z tohoto důvodu bylo potřeba doplnit metody zvolené v kapitole 2.4 o automatické určování počtu modů ve zkoumané hustotě rozdělání. Dále bylo nutno mírně modifikovat metodu odhadu parametru κ pro případ bimodálního rozdělání.

Pro ověření schopnosti navrhnutého postupu řešit i tuto úlohu bylo nejprve nutno modifikovat generátor testovacích hustot rozdělání, aby byl schopen poskytnout i bimodální testovací data. To bylo realizováno složením dvou vygenerovaných unimodálních hustot rozdělání s nastavenými parametry a jejich následným složením podle vztahu (9):

$$p(x) = \beta f(x | \mu_1, \kappa_1) + (1 - \beta) f(x | \mu_2, \kappa_2), \quad (9)$$

kde $p(x)$ je funkční hodnota výsledné hustoty rozdělání v bodě x , β značí významnost, kterou daný mod ovlivňuje výslednou hustotu rozdělání a funkce $f(x | \mu, \kappa)$ je předpis pro výpočet hodnot hustoty Von Miseova rozdělání se zadanými parametry (5).

Prvním krokem bylo upravení metody, která odhaduje střední hodnotu unimodální hustoty rozdělání tak, aby byla schopna odhadovat střední hodnoty případných dalších modů. Bylo tedy potřeba stanovit kritéria, podle kterých se rozhodne o počtu modů v datech. Pro vyhodnocení, kolik modů se vyskytuje ve zkoumané hustotě rozdělání, jsme si tedy experimentálně určili úrovně 70, 50 a 30% globálního maxima korelace. Tyto úrovně jsme používali v sestupném pořadí, abychom dostali co nejužší zkoumaný interval kolem možných středních hodnot, ale abychom dokázali detekovat i méně významné mody hustoty rozdělání. Obrázek 2.5-1 demonstruje vznik intervalů pomocí prahovací úrovně zvolené jako 70% globálního maxima kros-korelační funkce.



Obrázek 2.5-1: Rozdělení bimodálních dat na intervaly

Tato prahovací úroveň rozdělila výsledné pole hodnot kros-korelační funkce na několik intervalů (nejméně jeden), které všechny obsahovaly lokální maxima. Funkční hodnoty v těchto intervalech byly dostatečně vysoké, aby se dalo předpokládat, že se jedná o dostatečně významný směr orientace vláken pro výskyt dalšího modu.

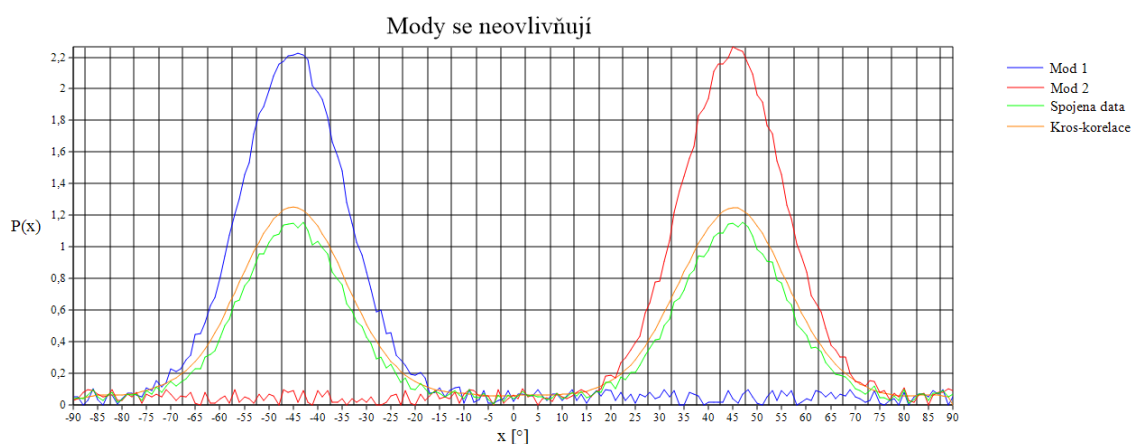
Nalezení druhého nejvyššího lokálního maxima tedy probíhalo pouze v těchto intervalech. Tím bylo možno zkrátit jak dobu hledání, tak jsme se tím vyhnuli prohledávání nejbližšího okolí globálního maxima. V tomto okolí totiž mohlo dojít vlivem zašumění ke zkreslení hodnot, které by mohly způsobit chybné určení střední hodnoty druhého modu.

2.5.1 Rovnoměrné rozložení významnosti modů

Při modifikaci metody sečny, která realizovala hledání parametru κ , byl nejprve zvažován předpoklad, že významnost obou nalezených modů (parametr β v (9)) byla pro oba nejvýznamnější směry přibližně stejná. Hodnota parametru β z (9) by tedy byla pro obě skládané hustoty rozdělení přibližně rovna hodnotě 0,5.

Tento předpoklad umožnil využití již hotového postupu vyhodnocování významnosti nalezených zkoumaných směrů unimodální hustoty rozdělení, protože nebylo nutné pro každou zkoumanou směrovou různici počítat hodnotu β . Na druhou stranu jsme narazili na problém, kdy vlivem monotónnosti průběhu hustoty Von Miseova rozdělení po střední hodnotu (pro $x < \mu$ je rostoucí, a pro $x > \mu$ je klesající) docházelo při skládání hustot rozdělení do jednoho bimodálního ke změnám v hodnotě směrnice sečny. Změny odchylek směrnic v jednotlivých částech výsledné hustoty rozdělení pak byly proměnné především v závislosti na vzdálenosti mezi středními hodnotami jednotlivých modů a jejich zatím neznámých parametrech κ .

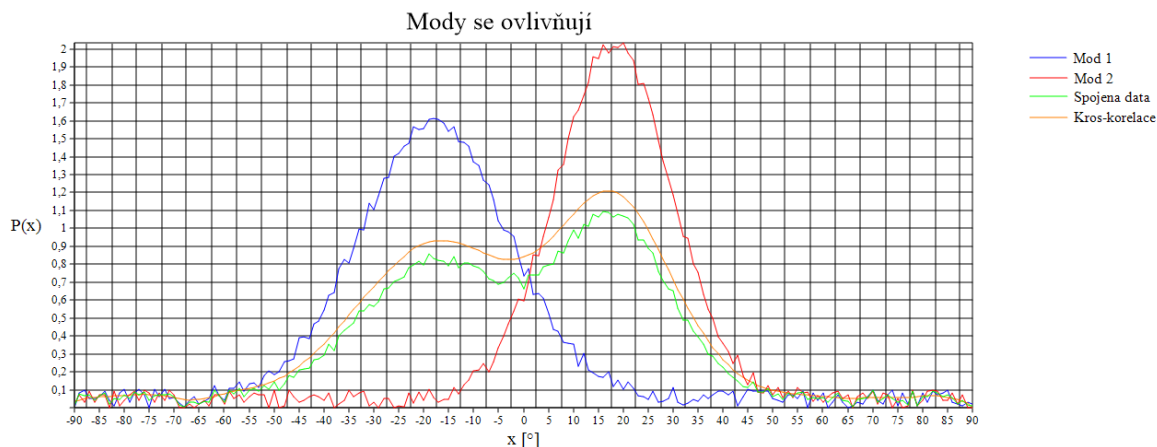
2.5.1.1 Nasazení metody na bimodální data



Nastavené hodnoty:	$\mu_1[^\circ]$:	κ_1 :	$\mu_2[^\circ]$:	κ_2 :
	-45	30	45	30

Obrázek 2.5-2: Hustoty rozdělení se neovlivňují

Obrázek 2.5-2 zobrazuje příklad superpozice dvou hustot rozdělení, která jsou od sebe vzdálena natolik, že u nich nedojde k výraznému ovlivnění jednotlivých modů. Pro takovéto případy by bylo možno využít předem vypočítané hodnoty směrnic.

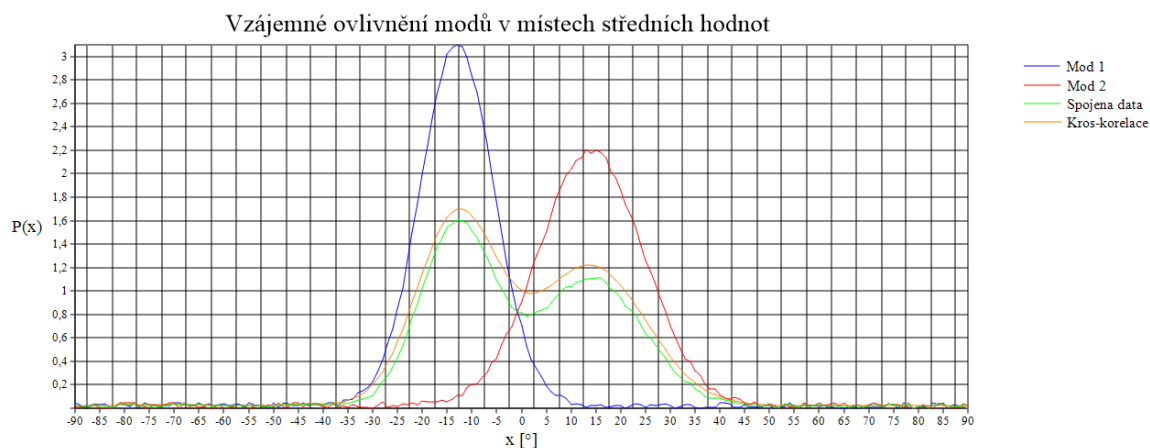


Nastavené hodnoty:	$\mu_1[^\circ]$:	κ_1 :	$\mu_2[^\circ]$:	κ_2 :
	-18	15	18	25

Obrázek 2.5-3: Hustoty rozdělení se vzájemně ovlivní

Obrázek 2.5-3 znázorňuje situaci, kdy mezi mody dochází k výraznému ovlivnění. Tato skutečnost velmi ztěžuje práci s tabulkami směrnic. Z tohoto důvodu nebylo možno použít stejnou metodu hledání hodnoty parametru κ jako v případě zkoumání unimodálních dat, ale bylo potřeba tuto metodu upravit. Tato úprava spočívala v nahrazení odhadu parametru κ na základě směrnice sečny. Pro vícemodální data jsme odhad parametru κ založili na funkční hodnotě hustoty zkoumaného rozdělení v místech odhadu střední hodnoty zkoumaného modu. Tento postup byl zkoušen i jako metoda pro vyhodnocení unimodální hustoty rozdělení, ale při testování projevoval mírně vyšší citlivost na přidaný šum, aniž by přinášel výhodu v rychlosti.

U vícemodálních dat však tento postup poskytoval při testování přesnější výsledky než metoda sečny, protože když je hustota zkoumaného rozdělení klasifikována jako bimodální, tak rozdíl mezi středními hodnotami sousedních modů je dostatečně velký, aby nedocházelo k významnému ovlivnění modů v místech lokálních maxim (středních hodnot). Obrázek 2.5-4 znázorňuje dva mody, kterým jsme určili střední hodnoty maximálně blízko sebe, aby bylo vzniklé rozdělení stále vyhodnoceno jako bimodální.



Obrázek 2.5-4: Vzájemné ovlivnění sousedních hustot rozdělení

Tabulka 2-3 obsahuje příklad porovnání nastavených a odhadnutých hodnot parametrů pomocí metody založené na funkčních hodnotách lokálních maxim. Podle výsledků testování této metody lze usuzovat, že s její pomocí dokážeme odhadnout hodnotu parametru κ s dostatečnou přesností pro další klasifikaci

Nastavené hodnoty:	$\mu_1[^\circ]$:	κ_1 :	$\mu_2[^\circ]$:	κ_2 :
	-13	60	14	30
Odhadnuté hodnoty:	-13	59,7	14	29
<i>Tabulka 2-3: Odhadnuté parametry na základě lokálních maxim</i>				

2.5.2 Proměnné rozložení významnosti modů

Dalším možným přístupem bylo hledat jednotlivé neznámé parametry β , κ_1 a κ_2 ze znalosti difference mezi hodnotou hustoty rozdělení v místě střední hodnoty rozdělení (dominantního směru) a hodnoty v předem definované vzdálenosti jako řešení soustavy rovnic. Tuto soustavu jsme odvodili následujícím postupem:

Nejdříve jsme pomocí Taylorova rozvoje prvního řádu vyjádřili pokles sečny hustoty rozdělení v závislosti na vzdálenosti Δ od střední hodnoty μ jako funkci (10).

$$f(\mu|\mu, \kappa) - f(\mu + \Delta|\mu, \kappa) = \frac{\kappa e^{\kappa \Delta^2}}{4\pi I_0(\kappa)} \quad (10)$$

V dalším kroku jsme vyjádřili vliv druhého modu na pokles hodnoty hustoty rozdělení v zkoumaném místě. Využitím Taylorova rozvoje prvního řádu jsme dostali následující funkční závislost (11).

$$g(\mu_1|\mu_1, \kappa_1, \mu_2, \kappa_2) - g(\mu_1 + \Delta|\mu_1, \kappa_1, \mu_2, \kappa_2) = \frac{\kappa_2 e^{\kappa_2 \Delta} \kappa_2 (\Delta + 2\mu_1 - 2\mu_2)}{4\pi I_0(\kappa_2)} \quad (11)$$

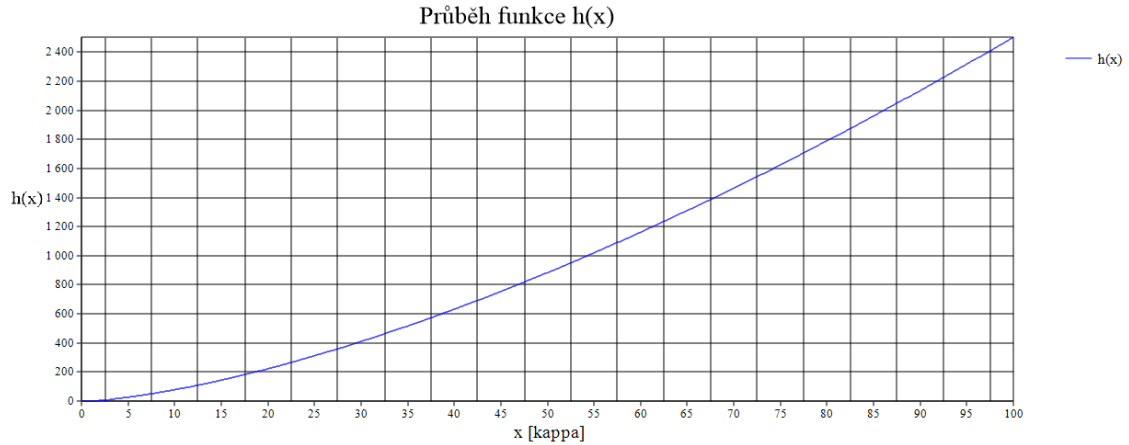
Spojením funkcí (10) a (11) jsme získali funkci (12), podle které dokážeme vypočítat pokles hodnot prvního modu v definované vzdálenosti od střední hodnoty μ_1 ovlivněné druhým modelem.

$$p(\mu_1) - p(\mu_1 + \Delta) \doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left(\beta \frac{\kappa_1 e^{\kappa_1}}{I_0(\kappa_1)} \Delta + (1 - \beta) \frac{\kappa_2 e^{\kappa_2}}{I_0(\kappa_2)} (\Delta + 2(\mu_1 - \mu_2)) \right) \quad (12)$$

Na základě znalosti hodnot hustoty zkoumaného rozdělení v jednotlivých bodech a postupu, který dokáže určit střední hodnoty jednotlivých modů s dostatečnou přesností (kapitola 2.5.1), můžeme na základě znalosti předpisu funkce (12) sestavit soustavu rovnic (13). Na základě řešení této soustavy rovnic jsme předpokládali, že budeme schopni vypočítat hodnoty neznámých parametrů β , κ_1 a κ_2 .

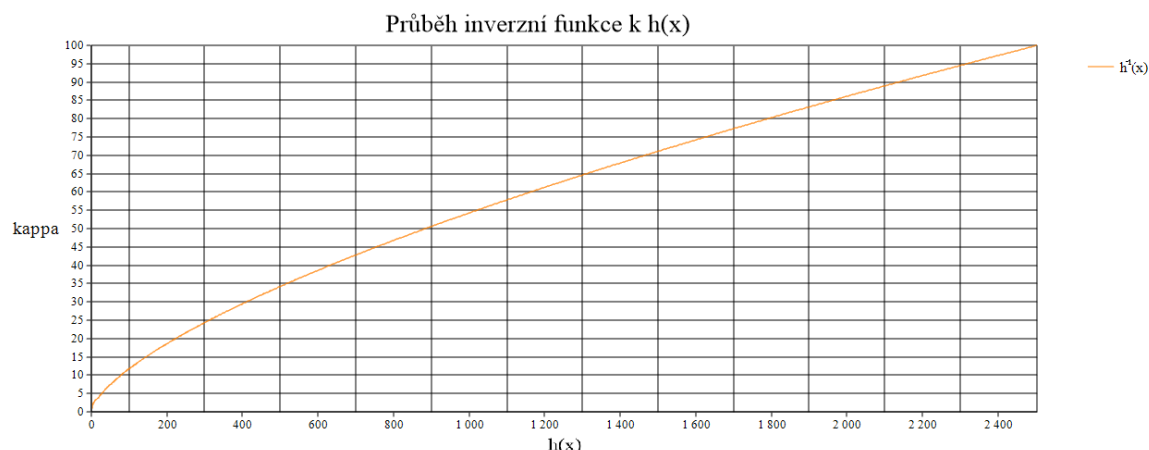
$$\begin{aligned}
p(\mu_1) - p(\mu_1 + \Delta) &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left(\beta \frac{\kappa_1 e^{\kappa_1}}{I_0(\kappa_1)} \Delta + (1 - \beta) \frac{\kappa_2 e^{\kappa_2}}{I_0(\kappa_2)} (\Delta + 2(\mu_1 - \mu_2)) \right) \\
p(\mu_1) - p(\mu_1 - \Delta) &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left(\beta \frac{\kappa_1 e^{\kappa_1}}{I_0(\kappa_1)} \Delta + (1 - \beta) \frac{\kappa_2 e^{\kappa_2}}{I_0(\kappa_2)} (\Delta - 2(\mu_1 - \mu_2)) \right) \\
p(\mu_2) - p(\mu_2 + \Delta) &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left((1 - \beta) \frac{\kappa_2 e^{\kappa_2}}{I_0(\kappa_2)} \Delta + \beta \frac{\kappa_1 e^{\kappa_1}}{I_0(\kappa_1)} (\Delta + 2(\mu_2 - \mu_1)) \right) \\
p(\mu_2) - p(\mu_2 - \Delta) &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left((1 - \beta) \frac{\kappa_2 e^{\kappa_2}}{I_0(\kappa_2)} \Delta + \beta \frac{\kappa_1 e^{\kappa_1}}{I_0(\kappa_1)} (\Delta - 2(\mu_2 - \mu_1)) \right)
\end{aligned} \tag{13}$$

Vzhledem ke komplikovanosti hledání inverzní funkce k $\frac{\kappa e^{\kappa}}{I_0(\kappa)}$ jsme v soustavě rovnic (13) použili substituci tohoto podílu za funkci $h(\kappa)$. Obrázek 2.5-5 zobrazuje průběh této funkce v závislosti na parametru kappa.



Obrázek 2.5-5: Průběh funkce $h(x)$

Pro vyjádření hodnoty parametru κ z funkční hodnoty $h(x)$ bylo potřeba najít příslušnou inverzní funkci $h^{-1}(x)$. Tuto inverzní funkci $\kappa = h^{-1}(x)$ jsme nakonec pro problémy spojené s jejím hledáním nahradili pomocí pole předem vypočítaných funkčních hodnot $h(x)$ pro různé hodnoty parametru kappa. Obrázek 2.5-6 zobrazuje průběh inverzní funkce $h^{-1}(x)$.



Obrázek 2.5-6: Průběh funkce inverzní k $h(x)$

Dosazením substituce $\frac{\kappa e^{\kappa}}{I_0(\kappa)}$ za $h(\kappa)$ jsme soustavu (13) přepsali do tvaru soustavy rovnic (14)

$$\begin{aligned} S_1 &= p(\mu_1) - p(\mu_1 + \Delta) \doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left(\beta h(\kappa_1) \Delta + (1 - \beta) h(\kappa_2) (\Delta + 2(\mu_1 - \mu_2)) \right), \\ S_2 &= p(\mu_1) - p(\mu_1 - \Delta) \doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left(\beta h(\kappa_1) \Delta + (1 - \beta) h(\kappa_2) (\Delta - 2(\mu_1 - \mu_2)) \right), \\ S_3 &= p(\mu_2) - p(\mu_2 + \Delta) \doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left((1 - \beta) h(\kappa_2) \Delta + \beta h(\kappa_1) (\Delta + 2(\mu_2 - \mu_1)) \right), \\ S_4 &= p(\mu_2) - p(\mu_2 - \Delta) \doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left((1 - \beta) h(\kappa_2) \Delta + \beta h(\kappa_1) (\Delta - 2(\mu_2 - \mu_1)) \right), \end{aligned} \quad (14)$$

kde symbol μ značí jednotlivé střední hodnoty rozdělení, symbol Δ určenou vzdálenost od střední hodnoty. Hodnoty funkcí $h(\kappa_1)$, $h(\kappa_2)$ a symbolu β , který označuje váhu jednotlivých módů hustoty rozdělení, jsou hledané neznámé. Postup řešení soustavy rovnic (14) je uveden v příloze C.

Na základě výpočtů jsme zjistili, že zkoumaná soustava čtyř rovnic (14) obsahuje pouze dvě vzájemně nezávislé rovnice. To umožnilo vyjádřit vztah pouze pro dvě proměnné (v našem případě $h(\kappa_2)$ a β). Dosazením vztahů pro výpočet těchto parametrů do jednotlivých součtů nebo rozdílů rovnic soustavy (14) dostáváme vztah (15)

$$C_1 = C_2 \frac{(S_1 - S_2) - (S_3 - S_4)}{2(\mu_1 - \mu_2)}, \quad (15)$$

kde S_1, S_2, S_3, S_4 jsou difference hodnot hustoty rozdělení ze soustavy (14), C_1 je rozdíl/součet levých stran příslušných rovnic v soustavě (14), které používáme k výpočtu parametru $h(\kappa_1)$. C_2 je konstanta, o kterou se liší rovnice (15) pro různé kombinace použitých rovnic.

I když soustava (13) neumožňuje přímo vypočítat analyticky hodnoty hledaných parametrů, můžeme využít vztah (15) k ověření do jaké míry odpovídá náš odvozený model reálným datům. K ověření kvality modelu jsme využili již vypočtený vztah (21), který je jednou z variant rovnice (15).

Hodnoty pro výpočet kvality modelu jsme testovali s využitím generátoru bimodálního rozdělení, který je popsán v kapitole 2.5 (nastavení generátoru při vytváření testovacích rozdělení je uvedeno v příloze D). Podle poměru hodnot na levé a pravé straně zkoumané rovnice je vidět, že použitý model vnáší chybu o velikosti dvou řádů. *Tabulka 16* navíc ukazuje, že poměr mezi stranami rovnice se mění i při stejném nastavení generátoru. Z toho lze tedy usuzovat, že tento postup není dostatečně robustní proti chybám způsobeným vlivem zašumění dat.

Z těchto důvodů jsme se s rozhodli, že pro odhad parametrů na reálných datech využije metodu popsanou v kapitole 2.5.1.

2.6 Výsledky zvolené metody určování hledaných parametrů na reálných datech

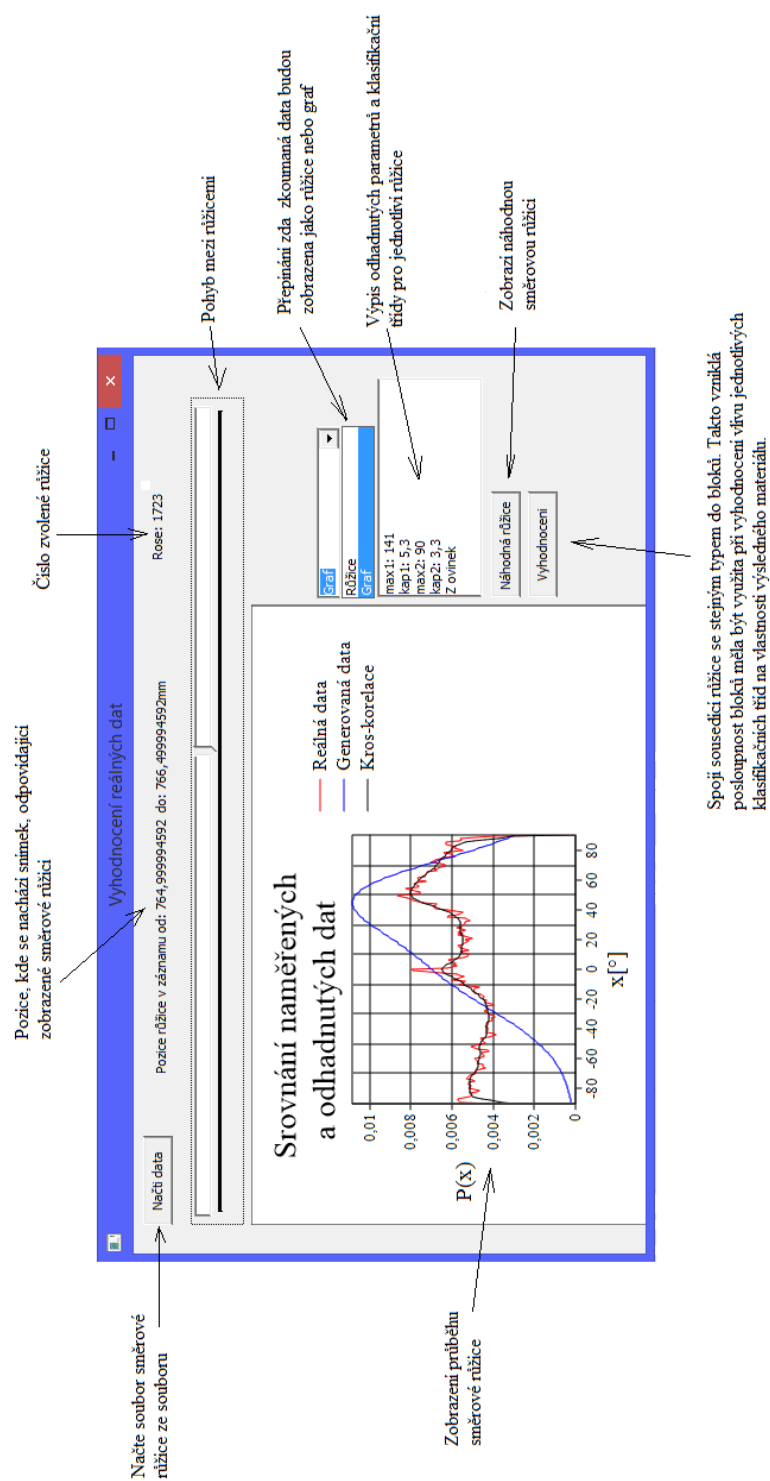
2.6.1 Popis hodnocení

Dalším krokem bylo zjistit, jak bude navržený postup fungovat při odhadu parametrů z dat, získaných zpracováním záznamu reálného textilního materiálu.

Zhodnocení výsledků, kterých dosahuje navržený postup, naráží na několik problémů. Především se jedná o skutečnost, že neznáme správné hodnoty zkoumaných parametrů, a proto nemůžeme použít hodnocení metody založené na odchylce vypočtených a „správných“ parametrů.

Tento problém byl nakonec řešen pomocí vizuálního porovnání zkoumaných dat a dat vytvořených na základě vypočtených parametrů. Porovnání by šlo jistě řešit pomocí softwaru (například porovnáním s parametry vypočtenými pomocí jiné metody), ale vzhledem k charakteru obrazových dat bylo nebezpečí, že by došlo ke zkreslení různými vlivy, které jsme při řešení dané problematiky zjednodušili nebo zanedbali. Například by se v obraze mohl vyskytovat vyšší počet významných směrů vláken, než kolik jich hledáme a následně vyhodnocujeme. Tento rozdíl skutečných a předpokládaných dat by mohl zanášet natolik významnou chybu, že ač by pro zkoumané směry vypočtené hodnoty parametrů odpovídaly skutečnosti, mohla by vyhodnocovací aplikace vyhodnotit rozdíl skutečných a generovaných dat jako natolik velký, že by je vyhodnotila jako chybně vypočtené.

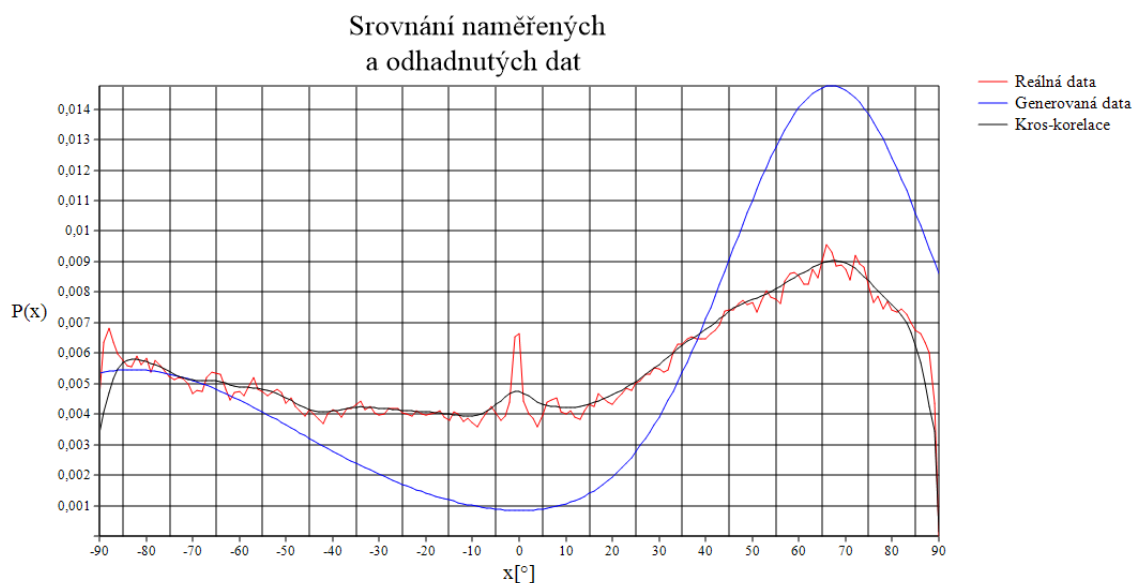
Další komplikací při vyhodnocování přesnosti použité metody je především počet vyhodnocovaných směrových růžic. Tento počet se v závislosti na délce vyhodnocovaného záznamu může pohybovat v řádech desítek tisíc nebo i vyšších. Proto není v lidských silách v rozumné době projít a vyhodnotit objektivně všechna získaná data. Z toho důvodu bylo nutno rozhodnout, jakým způsobem budeme redukovat počet zkoumaných růžic. Jako nejjednodušší řešení se zdálo využití generátoru pseudonáhodných čísel. Pomocí nastavení parametrů generátoru jsme získali podmnožinu všech vypočtených směrových růžic. Tuto podmnožinu jsme následně podrobili bližšímu zkoumání, abychom ověřili, zda výsledky, které poskytuje navržený postup řešení, jsou takové, které očekáváme. Těchto vyhodnocení bylo provedeno více, ale v následující kapitole 2.6.2 je pro demonstraci postupu ukázáno vyhodnocení jen několika výsledků. Obrázek 2.6-1 (na následující straně) ukazuje rozhraní aplikace pro vyhodnocování odhadu parametrů jednotlivých směrových růžic.



Obrázek 2.6-1: Rozhraní aplikace pro vyhodnocování odhadu parametrů směrůvých růžic

2.6.2 Příklady výsledků pro různé růžice

2.6.2.1 Vyhodnocení pro růžici 1520



Obrázek 2.6-2: Grafy růžice 1520

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení			
$\mu_1[^\circ]:$	$\kappa_1:$	$\mu_2[^\circ]:$	$\kappa_2:$
67	6,8	-83	2,5

Tabulka 2-4: Odhadnuté parametry pro růžici 1520

Zhodnocení:

Obrázek 2.6-2 ukazuje přiměřeně dobrou shodu mezi reálnými daty a daty generovanými na základě odhadnutých parametrů hustoty Von Misesova rozdělení. Na základě vizuálního porovnání obou průběhů se zdá, že navržená metoda při použití na tuto konkrétní směrovou růžici dokázala najít střední hodnoty obou módů s dostatečnou přesností.

Na druhou stranu je patrný rozdíl porovnávaných dat v okolí střední hodnoty μ_1 a směru 0° (podélných vláken). Tyto odchylky mezi porovnávanými průběhy mohou být způsobeny zatím neodhalenou chybou v metodě poskytující směrové růžice. Tato metoda v okrajových hodnotách zobrazovaného intervalu (kolem $\pm 90^\circ$) určuje významnost těchto směrů jako velmi nízkou. Tím dochází k poklesu funkční hodnoty zkoumaného průběhu téměř k nule. Vzhledem k periodicitě použitého rozdělení by se v bodě μ_2 nemělo nacházet lokální maximum, ale tímto bodem by měl procházet pokles prvního modu od hodnoty příslušné směru μ_1 .

2.6.2.2 Vyhodnocení pro růžici 7613



Obrázek 2.6-3: Grafy růžice 7613

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení			
$\mu_1[^{\circ}]$:	κ_1 :	$\mu_2[^{\circ}]$:	κ_2 :
1	4,1	-82	1,9

Tabulka 2-5: Odhadnuté parametry pro růžici 7613

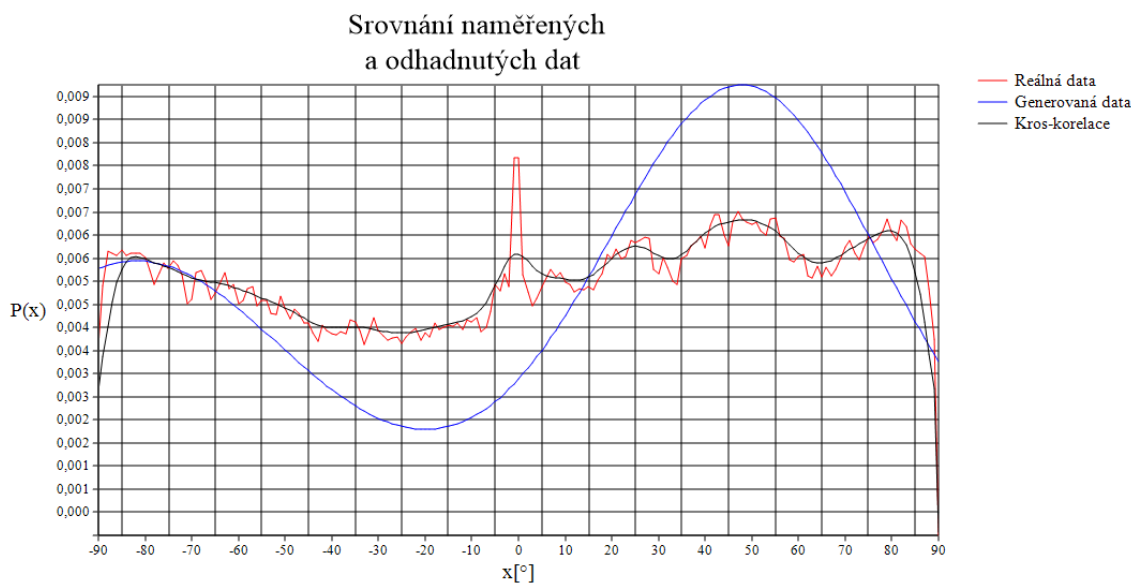
Zhodnocení:

Obrázek 2.6-3 ukazuje značný rozdíl mezi testovanými a generovanými daty. Tento rozdíl je pravděpodobně způsoben chybným určením střední hodnoty druhého modu. Na základě průběhu testovaných dat by střední hodnota μ_2 odpovídala přibližně směru 30° .

Tato chyba byla pravděpodobně způsobena algoritmem, který hledá další mody na základě prahovacích úrovní. Hodnota v okolí 30° totiž nepoklesne pod nastavenou prahovací úroveň. Z tohoto důvodu byl tento směr zahrnut do stejného intervalu s μ_1 .

Dále zde dochází k chybě zmíněné u předešlé ukázky odhadu parametrů (podkapitola 2.6.2.1), kdy dochází k chybnému určení druhého lokálního maxima vlivem poklesu hodnot na okrajích zobrazeného intervalu místo plynulého přechodu, jak by se dalo očekávat vzhledem k periodicitě dat.

2.6.2.3 Vyhodnocení pro růžici 11492



Obrázek 2.6-4: Grafy růžice 11492

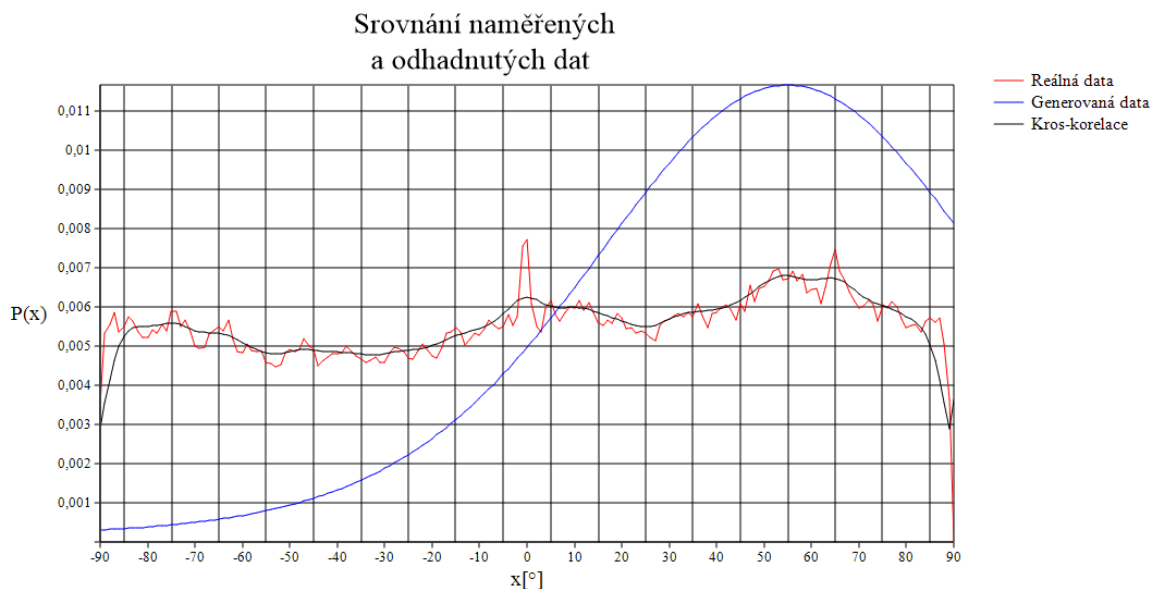
Odhadnuté parametry hustoty rozdělení			
$\mu_1[^{\circ}]$:	κ_1 :	$\mu_2[^{\circ}]$:	κ_2 :
48	3,7	-82	2,8

Tabulka 2-6: Odhadnuté parametry pro růžici 11492

Zhodnocení:

Obrázek 2.6-4 zobrazuje porovnání průběhů hustot Von Miseova rozdělení pro zkoumanou směrovou růžici 11492. Podle průběhu zkoumaného a vygenerovaného rozdělení lze usuzovat, že se zde projevují stejné nedostatky způsobené metodou odhadu směrové růžice a vyhodnocovacího algoritmu jako u vyhodnocení růžice 1520 (podkapitola 2.6.2.2).

2.6.2.4 Vyhodnocení pro růžici 20795



Obrázek 2.6-5: Grafy růžice 20795

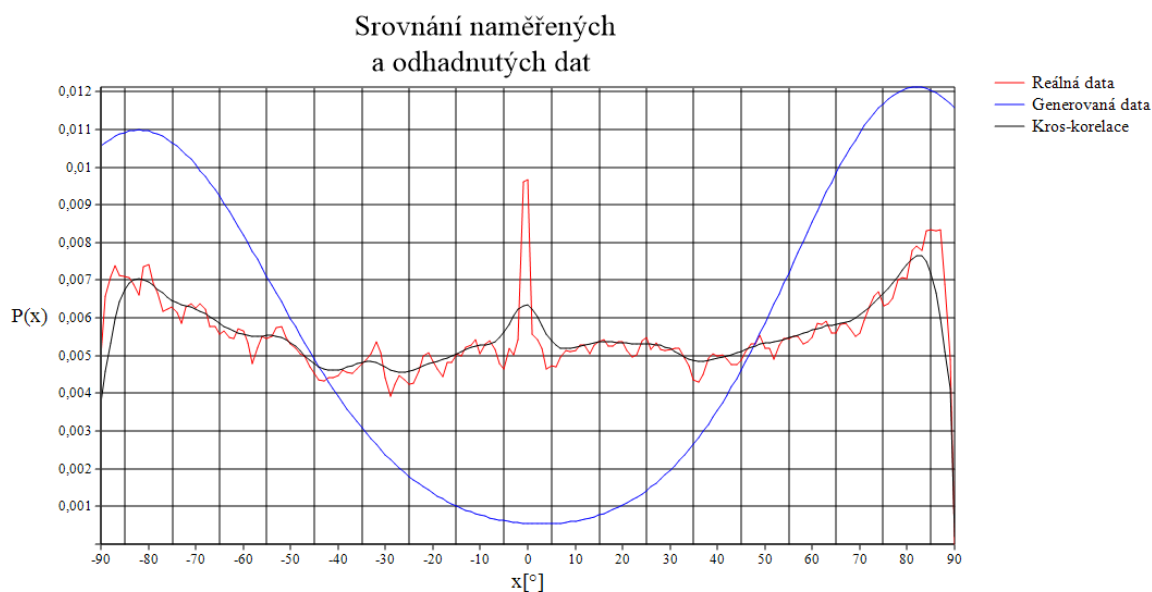
Odhadnuté parametry hustoty rozdělení			
$\mu_1[^{\circ}]$:	κ_1 :	$\mu_2[^{\circ}]$:	κ_2 :
55	2	-	-

Tabulka 2-7: Odhadnuté parametry pro růžici 20795

Zhodnocení:

Obrázek 2.6-5 ukazuje testovací data, ve kterých jsou jednotlivé směry obsaženy velmi rovnoměrně. Proto ze stejného důvodu, který je uveden v podkapitole 2.6.2.2, byl nalezen pouze jeden mod rozdělení.

2.6.2.5 Vyhodnocení pro růžici 23617



Obrázek 2.6-6: Grafy růžice 23617

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení			
$\mu_1[^{\circ}]$:	κ_1 :	$\mu_2[^{\circ}]$:	κ_2 :
82	4,8	-82	4

Tabulka 2-8: Odhadnuté parametry pro růžici 23617

Zhodnocení:

Obrázek 2.6-6 zobrazuje velký rozdíl mezi daty generovanými na základě odhadnutých parametrů a daty získanými ze zkoumaného snímku. Příčina rozdílu v průbězích zobrazovaných dat bude pravděpodobně znovu způsobena poklesem hodnot na okrajích intervalu $\langle -90^{\circ}; 90^{\circ} \rangle$ stejně jako v předchozích zobrazených snímcích.

2.6.3 Celkové vyhodnocení metody

Navrhnutý postup poskytuje podle provedených porovnávání přijatelně přesné výsledky. Přesto vlivem některých zjednodušení a předpokladů se data generována na základě odhadnutých parametrů liší od reálných dat poskytnutých analýzou zkoumaného snímku materiálu.

Na základě demonstračních průběhů ukázaných v kapitole 2.6.2 lze usuzovat kde leží dva hlavními nedostatky použitého algoritmu.

- Prvním problémem je neschopnost navrženého algoritmu pro hledání lokálních maxim vyrovnat se s předpokládanou chybou v algoritmu pro výpočet směrových růžic. Projevem této předpokládané chyby je pokles funkčních hodnot v koncových bodech zobrazovaného intervalu.
- Druhým nedostatkem je hledání jednotlivých modů hustoty rozdělení na základě prahovací úrovně. Tento postup funguje dobře za předpokladu, že jednotlivé mody jsou od sebe odděleny výrazným poklesem funkčních hodnot. V opačném případě tento postup nedokáže správně najít polohu dalších modů zkoumané hustoty rozdělení.

Oba tyto nedostatky je možno pravděpodobně odstranit použitím složitějšího postupu pro hledání lokálních maxim než je pouhé rozdělení zkoumaného průběhu na intervaly pomocí přednastavených prahovacích úrovní.

I přes výše zmíněné nedostatky dokáže navržený algoritmus odhadovat parametry zkoumané hustoty rozdělení s přesností, která stačí ke klasifikaci vlákných útvarů obsažených v jednotlivých snímcích materiálu do připravených tříd.

3 Klasifikace nalezených „objektů“

Při procházení záznamů přástů a na základě zkušeností poskytnutých panem konzultantem bylo předběžně domluveno rozdělení objektů nalezených v obrazových datech do klasifikačních tříd podle aproximovaných parametrů používaného rozdělení.

První skupinu tvoří snímky, kde vlákna směřují především ve směru pohybu přástu (rovnoběžné s podélnou osou). Do této kategorie byly zařazovány snímky, pro které aproximační část programu poskytla jako výsledek vyhodnocený jako rozdělení s dostatečně významným dominantním směrem v intervalu $(-30^\circ; 30^\circ)$.

Další skupiny tvoří snímky, na kterých jsou nalezeny dostatečně významné směry vláken, která kříží podélný směr přástu mimo interval $(-30^\circ; 30^\circ)$. Na základě jejich směru a významnosti jsou poté tyto útvary vláken děleny na následující druhy ovinků:

- Ortogonální ovinky - mají směr blížící kolmici na podélný směr přástu
- Ovinky typu S - mají dominantní směr vláken klesající (podle předpokladů je jejich výskyt v materiálu nežádoucí)
- Ovinky typu Z - mají dominantní směr vláken rostoucí
- Slabý ovinek - odhadnutá významnost je rovna (nebo slabě pod) prahovací úrovní ovinku
- Isotropický ovinek - místo přástu, kde je rozložení směrů jednotlivých vláken natolik rovnoměrně, že významnost žádného módu nepřesáhne požadovanou prahovací úroveň

Poslední rozlišovanou skupinou klasifikačních tříd jsou chybové stavy, které vzhledem k jejich charakteru nelze klasifikovat pomocí předešlého algoritmu pro odhad parametrů hustoty rozdělení. Jako příklad lze uvést tzv. vývrtku, kdy jsou podélná vlákna tak silně utažena, že vlivem utažení dochází k deformaci přástu nebo pokud sledovaný přást „uskočí“ zcela nebo natolik ze záběru kamery, že dojde ke znemožnění získání relevantní směrové růžice z obrazových dat.

3.1 Zvolené hodnoty parametrů pro dělicí úrovně

Ve předcházející kapitole 3 bylo naznačeno dělení jednotlivých růžic do předem domluvených tříd v závislosti na odhadnutých parametrech jednotlivých směrových růžic. Klasifikace růžic probíhala podle dominantního směru vláken a podle jeho významnosti. Tabulka 3-1 obsahuje výsledné hodnoty parametrů, které jsou zvoleny jako dělicí úrovně mezi jednotlivými klasifikačními třídami.

Hledání těchto úrovní probíhalo pomocí manuálního hledání objektů, které jsme chtěli klasifikovat. Takto nalezenému snímku byla následně přiřazena směrová růžice, ze které jsme pomocí navrženého postupu vypočetli příslušné parametry. Tento postup byl použit především k určení hraničních hodnot významnosti daného směru (reprezentováno hodnotou parametru κ). Klasifikační úrovně založené na dominantním směru vláken (hodnota parametru μ) si bylo možno snadno představit a tedy určit hraniční hodnoty na základě domluvy.

Název klasifikační úrovně	Dominantní směr modu (μ)	Významnost modu (κ)
Podélná vlákna	$\langle -30^\circ; 30^\circ \rangle$	> 4
Ovinek S /Z	$(-30^\circ; -85^\circ) / (30^\circ; 85^\circ)$	> 4
Orthogonální ovinek	$ > 85^\circ $	> 4
Slabý ovinek	$ (30^\circ; 85^\circ) $	$\langle 3; 4 \rangle$
Isotropický ovinek	$ \langle 0^\circ; 90^\circ \rangle $	< 3

Tabulka 3-1: Klasifikační úrovně

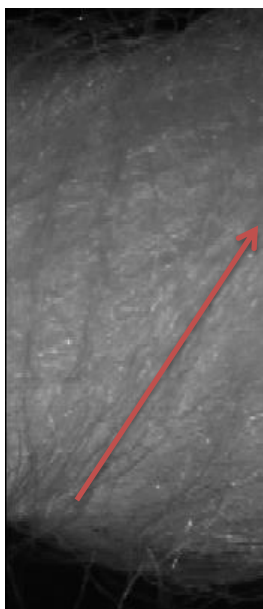
Tabulka 3-1 poskytovala jednoznačný výsledek klasifikace pro růžice, které obsahovaly unimodální rozdělení (jeden významný směr). Pro bimodální rozdělení bylo ovšem nutno vytvořit postup, který by rozhodl, podle jakého modu bude daná růžice klasifikována. Nakonec bylo rozhodnuto, že růžici obsahující bimodální hustotu rozdělení budeme klasifikovat podle modu, který má vyšší významnost. Jedinou výjimkou, která má vztah k obsahu této práce (klasifikačními třídami, jejichž detekci tato práce neřeší, jsou například chybové stavy jako vývrтка, uskočení sledovaného přástu apod.), byl případ, kdy modelem s vyšší významností byla podélná vlákna, protože je předpokládáno, že z pohledu zkoumaných soudržných sil jsou významnější jednotlivé druhy ovinků.

3.2 Výsledky klasifikačního algoritmu

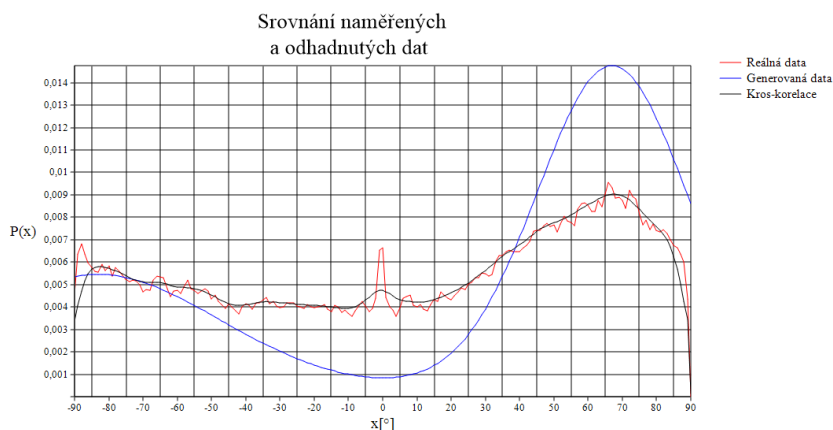
V této kapitole jsou ukázány výsledky klasifikace pro několik směrových růžic. Červené šipky ve snímcích zkoumaného materiálu ukazují, kde jsme na základě vizuálního zkoumání snímku našli větší počet vláken ve stejném směru. Tyto shluky vláken vytvářejí útvary, které hledáme při klasifikaci snímků zkoumaného materiálu.

Vzhledem ke zjištěnému nedostatku v postupu pro vytváření směrových růžic a odhadu parametrů (především detekce μ_2 viz. kapitola 2.6.3) nebudeme v následujících tabulkách uvádět méně významné módy, pokud bude jejich střední hodnota blízká $\pm 90^\circ$. V takovém případě ji automaticky budeme brát jako chybný odhad.

3.2.1.1 Vyhodnocení pro snímek 1520



Obrázek 3.2-1:
Snímek materiálu
odpovídající růžici
1520



Obrázek 3.2-2: Porovnání naměřených a odhadnutých dat pro růžici 1520

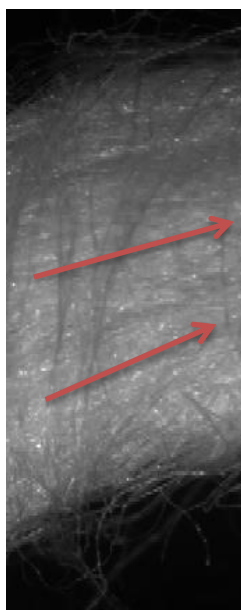
Odhadnuté parametry hustoty rozdělení				
$\mu_1[^\circ]$:	κ_1 :	$\mu_2[^\circ]$:	κ_2 :	Klasifikace:
67	6,8	-	-	Z ovinek

Tabulka 3-2: Odhadnuté parametry a klasifikace růžice 1520

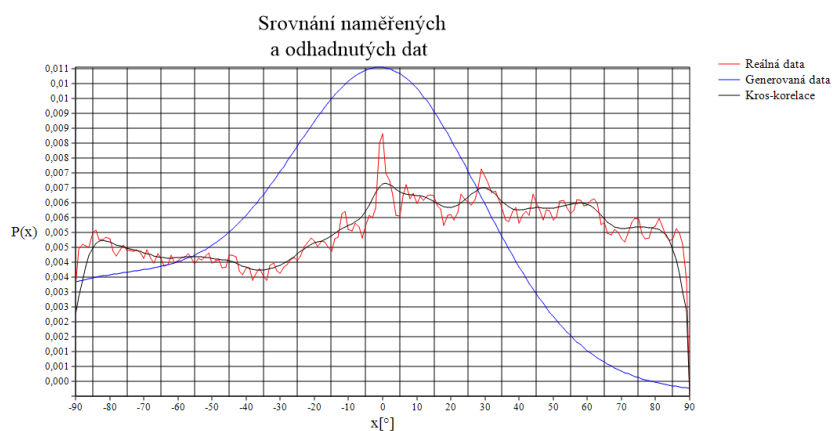
Zhodnocení:

Při vizuálním zkoumání snímku, který odpovídá vybrané směrové růžici, se podařilo najít objekt ve struktuře vláken, který odpovídá klasifikační třídě, která byla dané růžici určena navrženým algoritmem.

3.2.1.2 Vyhodnocení pro snímek 7613



Obrázek 3.2-3:
Snímek materiálu
odpovídající růžici
7613



Obrázek 3.2-4: Porovnání naměřených a odhadnutých dat pro
růžici 7613

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení				
$\mu_1[^\circ]:$	$\kappa_1:$	$\mu_2[^\circ]:$	$\kappa_2:$	Klasifikace:
1	4,1	-	-	Podélná vlákna

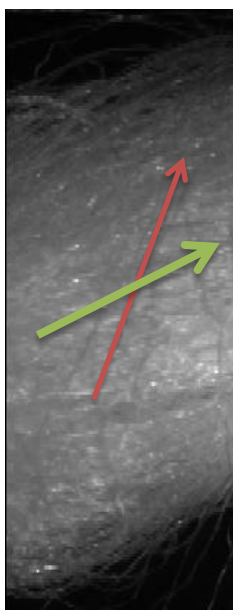
Tabulka 3-3: Odhadnuté parametry a klasifikace růžice 7613

Zhodnocení:

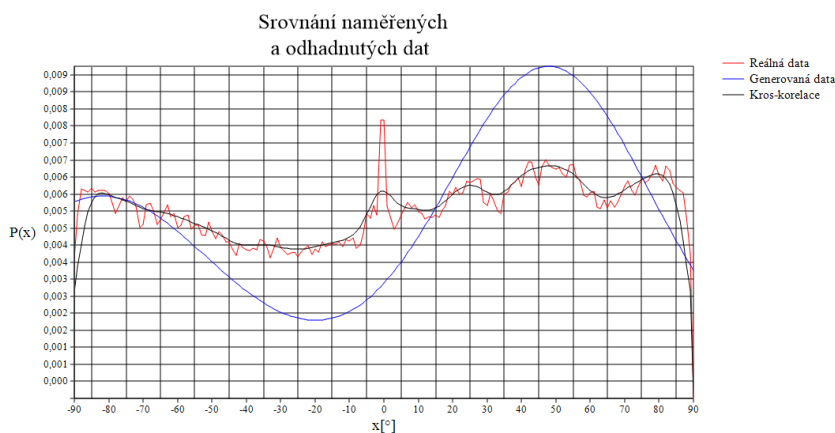
Při porovnávání snímku materiálu, který odpovídá růžici 7613, a dat získaným jeho softwarovým zpracováním se podařilo nalézt útvary s orientací přibližně ve směru, kterou jsme určili jako střední hodnotu prvního modu. Orientace těchto útvarů byla přibližně rovnoběžná se směrem podélné osy prástu. Tomuto zjištění odpovídala i klasifikační úroveň, která byla pro tuto směrovou růžici určena na základě odhadnutých parametrů.

Druhý lokální extrém odpovídající přibližně hodnotě 30° nebyl nalezen vinnou nedostatku v algoritmu pro hledání lokálních maxim. Nedostatek toho algoritmus spočívá v použití prahovací úrovně založené na procentuálním poklesu funkčních hodnot od nalezeného globálního maxima. Proto pro jeho správnou funkci je potřebné, aby v okolí dalších lokálních extrémů poklesla funkční hodnota pod příslušnou prahovací úroveň (viz. kapitola 2.5).

3.2.1.3 Vyhodnocení pro snímek 11492



Obrázek 3.2-5:
Snímek materiálu
odpovídající různici
11492



Obrázek 3.2-6: Porovnání naměřených a odhadnutých dat pro
různici 11492

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení				
$\mu_1[^\circ]$:	κ_1 :	$\mu_2[^\circ]$:	κ_2 :	Klasifikace:
48	3,7	-	-	Slabý ovinek

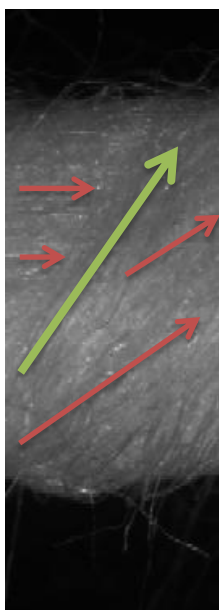
Tabulka 3-4: Odhadnuté parametry a klasifikace různice 11492

Zhodnocení:

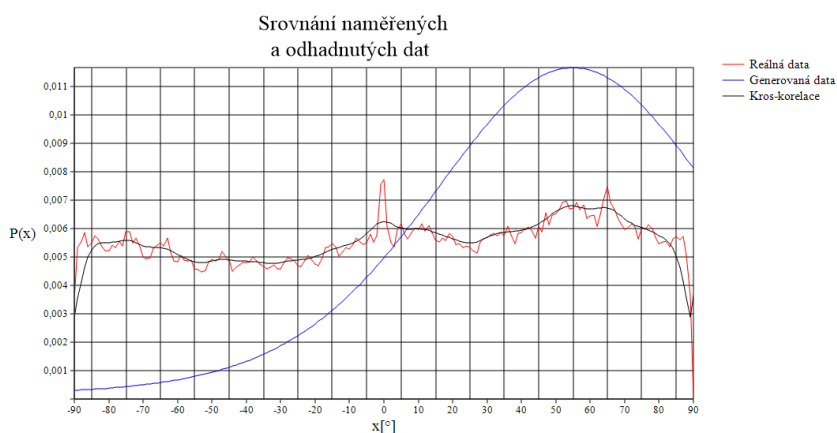
Při porovnávání snímku zkoumaného textilního materiálu s odhadnutými parametry hustoty rozdělení ukazují shodu se směrem prvního modu. Na druhou stranu tento útvar se v obrazových datech zdá nevýrazný. Proto nemusí jít pouze o jeden vlákenný útvar, ale o splývání několika různých směrů vláken. Na základě průběhu kros-korelační funkce (Obrázek 3.2-6) by se mohlo jednat o směry vláken patřících do okolí lokálního maxima se směrem μ_1 . Klasifikační třída „slabý ovinek“ přiřazená této směrové různici se tedy zdá jako správná klasifikace.

Dále se zdá, že ve zkoumaném snímku je velké množství vláken ve směru podélné osy materiálu. Obrázek 3.2-6 tento odhad potvrzuje velmi strmým lokálním maximem ve směru 0° (podélná vlákna). Směr podélných vláken (znázorněn světle zelenou šipkou) je pootočen, protože v okolí zkoumaného místa došlo k ohybu sledovaného přástu.

3.2.1.4 Vyhodnocení pro snímek 20795



Obrázek 3.2-7:
Snímek materiálu
odpovídající růžici
20795



Obrázek 3.2-8: Porovnání naměřených a odhadnutých dat pro
růžici 20795

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení				
$\mu_1[^\circ]:$	$\kappa_1:$	$\mu_2[^\circ]:$	$\kappa_2:$	Klasifikace:
55	2	-	-	Isotropické rozložení vláken

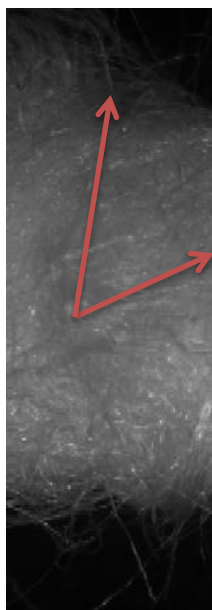
Tabulka 3-5: Odhadnuté parametry a klasifikace růžice 20795

Zhodnocení:

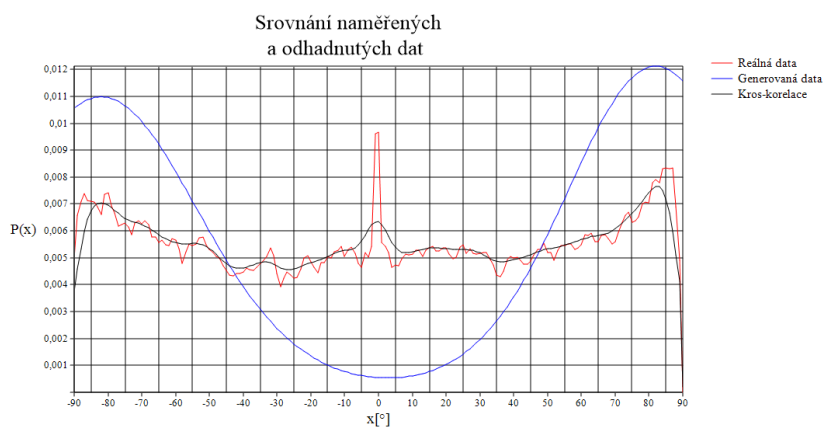
Zkoumaný snímek odpovídající směrové růžici 20795 podle vizuálního posouzení obsahuje několik různých vláknenných útvarů, které se vzájemně překrývají nebo mezi sebou plynule přechází. Z tohoto důvodu se průběh hustoty rozdělení jeví velmi rovnoměrný (isotropický).

Na druhou stranu při posuzování lidským okem by útvar přibližně ve směru μ_1 (označený světle zelenou šipkou) byl pravděpodobně označen jako výrazný ovinek. Bohužel odhadnutá úroveň jeho významnosti je natolik nízká, že není možno snížit prahovací úroveň tak, aby mohl být do této klasifikační třídy zahrnut.

3.2.1.5 Vyhodnocení pro snímek 23617



Obrázek 3.2-9: Snímek materiálu odpovídající růžici 23617



Obrázek 3.2-10: Porovnání naměřených a odhadnutých dat pro růžici 23617

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení				
$\mu_1[^\circ]:$	$\kappa_1:$	$\mu_2[^\circ]:$	$\kappa_2:$	Klasifikace:
82	4,8	-	-	Z ovinek

Tabulka 3-6: Odhadnuté parametry a klasifikace růžice 23617

Zhodnocení:

Vyhodnocení sledovaných textilních útvarů, které je možné pozorovat ve směrové růžici 23617, odpovídá navrženému postupu klasifikace na základě odhadnutých parametrů. Tento klasifikační postup byl spolu s jednotlivými hraničními hodnotami pro jednotlivé klasifikační třídy popsán v kapitole 3.1.

Druhý mod by podle průběhu zkoumané směrové růžice ležel ve směru podélných vláken. Tomu odpovídá i shluk vláken nalezený ve vyhodnocovaném snímku. Bohužel vinou poklesu růžice na koncích zkoumaného intervalu nebyl tento mod úspěšně nalezen.

3.3 *Vyhodnocení klasifikace*

Na základě výsledků klasifikace popsanych v kapitole 3.2, jsme dospěli z názoru, že navržený postup je schopen poskytovat informaci o hledaných vlákenných útvarech vyskytujících se ve vyhodnocovaném místě materiálu.

Přesto tento postup by bylo možno ještě dále vylepšit. Například při posuzování stejného snímku několika lidmi nepanuje vždy shoda, jak by měl být klasifikován. Někdo například vidí ve zkoumaném snímku výrazný ovinek a někdo by ho označil pouze jako slabý.

Možným směrem pro další zkoumání, je výskyt posloupností snímků s náhlými změnami klasifikované třídy (např. silný ovinek je následován snímkem klasifikovaným jako podélná vlákna). Podle jednoho z předpokladů by takováto změna měla probíhat více postupně. Například ze silného ovinku by probíhal přechod k podélným vláknům přes snímek obsahující slabý ovinek.

Tyto nedostatky by mohla odstranit změna používaného klasifikátoru. Nový klasifikátor by neklasifikoval snímky pouze na základě pevných prahovacích úrovní odhadnutých parametrů, ale vyhodnocoval by klasifikační třídu i na základě možných souvislostí se snímky sousedními. Tento klasifikátor by mohl být realizován například pomocí metody neuronových sítí. Učící množinou pro volbu relevantních příznaků jednotlivých tříd by mohl být například soubor snímků klasifikovaných několika lidmi.

4 Závěr

Během řešení této práce jsme navrhli a vyzkoušeli jeden z postupů, který měl být schopen poskytnout informace o vlastnostech zkoumaného materiálu.

Navržený postup byl postaven na odhadu parametrů hustoty rozdělení směrových růžic, které byly vytvářeny z obrazových dat získaných na vstupu materiálu do stroje zajišťujícího jeho další zpracování. Odhadovanými parametry byly dva nejvýznamnější směry vláken (μ_1 , μ_2) a k nim příslušné parametry κ_1 , κ_2 vyjadřující míru koncentrace vláken v těchto směrech. Navržený postup poskytoval hledané parametry reálných dat s přesností, která byla omezena našimi předpoklady při jeho návrhu.

Hlavním nedostatkem, který ovlivňoval přesnost odhadu hledaných parametrů, se ukázala být chyba obsažená v poskytnutých směrových růžicích. Tato chyba se projevovala poklesem funkčních hodnot v okolí hranic vyhodnocovaného intervalu ($\pm 90^\circ$) téměř k nule. To způsobilo v mnoha případech chybné určení polohy druhého lokálního maxima a s tím spojenou chybu odhadu hledaných parametrů. Další nedostatek odhadovacího algoritmu je možné najít v postupu hledání lokálních maxim. Ten při hledání používal prahovací úroveň závislé na funkční hodnotě nalezeného globálního maxima. Proto nedokázal nalézt lokální maxima, kolem kterých nedošlo k dostatečně výraznému poklesu funkčních hodnot.

Přes tyto nedostatky se zdály tyto odhady dostatečně kvalitní pro klasifikaci jednotlivých snímků do předem definovaných tříd. Postup klasifikace zkoumaných snímků je blíže popsán v kapitole 3.1. Postup klasifikace poskytoval výsledky, které bylo možno očekávat na základě odhadnutých parametrů. Přesto i v této části bylo nalezeno několik problémů. Prvním problémem je například „objektivní“ určení prahovacích úrovní pro jednotlivé třídy hledaných objektů (viz. kapitola 3.3). Na tento problém navazuje místy ostrý přechod mezi klasifikačními třídami. Jedno z možných řešení těchto problémů je zmíněno v předchozí kapitole 3.3.

Posledním bodem zadání této diplomové práce bylo hledání významnosti jednotlivých klasifikačních tříd na výsledné vlastnosti příze vytvořené ze zkoumaného materiálu. Bohužel tento poslední bod zadání nakonec nebyl realizován, protože nebyla dodána potřebná data přízí. Místo toho byla zvýšená pozornost věnována různým postupům odhadu parametrů směrových růžic a jejich klasifikace.

V navrženém postupu byly detekovány a popsány hlavní nedostatky a byly předloženy návrhy na jejich odstranění v budoucí práci. Na základě dosažených výsledků lze předpokládat, že v budoucnu by upravený algoritmus mohl být schopen poskytovat potřebné odhady hledaných parametrů příze.

Literatura

1. NECKÁŘ, B . Příze: Tvorba, struktura, vlastnosti. Praha: SNTL, 1990.
2. Von Mises distribution. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2005, 3 .10.2013 [cit. 2013-12-07]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/Von_Mises_distribution.
3. PRESS, W . Numerical recipes in C the art of scientific computing: The Art of Scientific Computing [online]. Cambridge: University Press, 1996 [cit. 2013-11-15]. ISBN 0 -521-43108-5 .
4. TAUFER, I ., O . DRÁBEK a M . JAVŮREK. METODA SIMPLEXŮ: EFEKTIVNÍ NÁSTROJ PRO ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍCH ÚLOH. CHEMAGAZÍN. 2010, XX, č . 6 , s . 4 . Dostupné z: http://www.chemagazin.cz/userdata/chemagazin_2010/file/CHEMAGAZIN_XX_6_cl13.pdf
5. Řešení hrubou silou. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2012 [cit. 2014-03-01]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Řešení_hrubou_silou
6. ČSN 80 0001
7. URSÍNY, Doc. Ing. Petr. Teorie předení II. Liberec: Vysoká škola strojní a textilní, únor 1988.
8. Algoritmy.net: Příručka vývojáře [online]. 2009 [cit. 2014-03-07]. Dostupné z: <http://www.algoritmy.net/article/1416/Simplexova-metoda>
9. Názvosloví délkových textilií: Přást. In: Názvosloví délkových textilií: Přást [online]. [cit. 2014-04-02]. Dostupné z: <http://turbo.cdv.tul.cz/mod/book/view.php?id=1921&chapterid=2473>
10. Popis anizotropie rovinných vlákenných systémů [online]. 4 s . [cit. 2 .4 .2014]. Dostupné z: <http://www.ft.tul.cz/depart/knt/nove/dokumenty/studmaterialy/mint/mit15.doc>.
11. RATAJ, J. - SAXL. I.: Analysis of Planar Anisotropy by Means of Steiner Compact: A Simple Graphical Method, Acta Stereologica, 7/2, 1988, str. 107 - 112.
12. TUNÁK, Maroš a Aleš LINKA. PLANAR ANISOTROPY OF FIBRE SYSTEMS BY USING 2D FOURIER TRANSFORM. s . 7 . Dostupné z : <http://www.ft.tul.cz/depart/ktm/zamestnanci/linka.ales/semestr/fourier.pdf>
13. Lenovo IdeaPad G505s Black. ALZA.CZ. Alza.cz [online]. 2014 [cit. 2014-05-11]. Dostupné z: http://www.alza.cz/lenovo-ideapad-g505s-black-d481170.htm?kampan=adw1_ultrabooky_dsa-produkty&gclid=CMmpl5PnpL4CFccSwwoddicAiw

Přílohy

A. Obsah přiloženého CD

- Text této práce
- Aplikace pro odhad parametrů směrových růžic a ukázka zpracovávaných dat
- Aplikace pro testování navrhovaných metod
- Záznam testování jednotlivých metod
- Zdrojové kódy v jazyce delphi

B. Konfigurace testovacího počítače

Název	Lenovo G505s	
Procesor	Modelové označení	AMD A8 4500M
	Frekvence procesoru	1,9GHz (1 900MHz)
	Core Boost Frekvence	2,8GHz (2 800MHz)
	Počet jader	4x
	Cache procesoru	4MB
	Funkce procesoru	Automatické přetaktování, Podpora Virtualizace
Paměť RAM	Kapacita	8GB
	Typ	DDR 3
	Frekvence	1,6GHz (1600Mhz)
	Počet slotů	2
Pevný disk	Typ uložení	Hybridní
	Kapacita	1008GB
	Počet otáček	5400ot/min
Grafická karta	Čip grafické karty	AMD Radeon HD8570M
	Paměť grafické karty	2 048MB
	Počet stream procesorů	384
Operační systém	Windows 8.1 OEM 64b	

Tabulka 7: Konfigurace testovacího počítače [13]

C. Řešení soustavy rovnic (14)

Soustavu (14) jsme si pro snadnější manipulaci přepsali a označili následujícím způsobem (16).

$$\begin{aligned}
 \text{A) } S_1 &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left(\beta h(\kappa_1) \Delta + (1 - \beta) h(\kappa_2) (\Delta + 2(\mu_1 - \mu_2)) \right), \\
 \text{B) } S_2 &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left(\beta h(\kappa_1) \Delta + (1 - \beta) h(\kappa_2) (\Delta - 2(\mu_1 - \mu_2)) \right), \\
 \text{C) } S_3 &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left((1 - \beta) h(\kappa_2) \Delta + \beta h(\kappa_1) (\Delta + 2(\mu_2 - \mu_1)) \right), \\
 \text{D) } S_4 &\doteq \frac{\Delta}{4\pi} \left((1 - \beta) h(\kappa_2) \Delta + \beta h(\kappa_1) (\Delta - 2(\mu_2 - \mu_1)) \right),
 \end{aligned} \tag{16}$$

Rovnice A – B

$$S_1 - S_2 \doteq \frac{\Delta}{\pi} (1 - \beta) h(\kappa_2) (\mu_1 - \mu_2) \Rightarrow h(\kappa_2) \doteq \frac{\pi(S_1 - S_2)}{\Delta(\mu_1 - \mu_2)(1 - \beta)} \tag{17}$$

Rovnice C – D

$$S_3 - S_4 \doteq \frac{\Delta}{\pi} \beta h(\kappa_1) (\mu_2 - \mu_1) \Rightarrow \beta \doteq \frac{\pi(S_3 - S_4)}{\Delta(\mu_2 - \mu_1)h(\kappa_1)} \tag{18}$$

Za proměnnou β v (17) dosadíme β z rovnice (18). Tím vyjádříme hodnotu funkce $h(\kappa_2)$ v závislosti na hledané proměnné $h(\kappa_1)$ a již známých konstantách.

$$h(\kappa_2) \doteq \frac{\pi(S_1 - S_2)}{\Delta(\mu_1 - \mu_2)(1 - \frac{\pi(S_3 - S_4)}{\Delta(\mu_2 - \mu_1)h(\kappa_1)})} = - \frac{\pi(S_1 - S_2)h(\kappa_1)}{\Delta(\mu_2 - \mu_1)h(\kappa_1) - \pi(S_3 - S_4)} \tag{19}$$

Rovnice A + C

$$S_1 + S_3 \doteq \frac{\Delta}{2\pi} (\beta h(\kappa_1) + (1 - \beta) h(\kappa_2)) \tag{20}$$

Dosazením vztahu (18) a (19) do rovnice (20) získáváme následující rovnost (21)

$$S_1 + S_3 = \frac{(S_1 - S_2) - (S_3 - S_4)}{2(\mu_1 - \mu_2)} \tag{21}$$

D. Testování modelu

Odhadnuté parametry hustoty rozdělení					
Nastavené parametry rozdělení	$\mu_1[^\circ]$:	κ_1 :	$\mu_2[^\circ]$:	κ_2 :	Zarušení
	120	30	60	15	5
Pokus	Absolutní hodnota poměru levé a pravé strany rovnice (21)				
1	46,653				
2	10,259				
3	32,019				
4	17,481				
5	26,943				
6	83,437				
7	13,333				
8	11,603				
9	59,873				
10	22,551				

Tabulka 16: Test robustnosti analytického postupu výpočtu parametrů rozdělení